Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Grane Høegh

2. marts 2007

Dynamiske identiteter med kædeindeks

Resumé:

I den nye modelversion er vi gået fra fastbase over til kædeprisstørrelser. Det betyder, at de gamle ligninger for de dynamiske identiteter ikke holder, da størrelserne ikke længere er additive. I dette papir udledes formler for nye dynamiske identiteter. Resultatet er, at de dynamiske identiteter for kædeprisstørrelser kan opskrives som for fastbasepriser blot med en simpel korrektionsfaktor, som kan udregnes alene ved hjælp af aggregerede prisindeks. Dynamiske identiteter i løbende priser kan opskrives som den dynamiske identitet i fastbasepriser med et led for nominelle omvurderinger. Der opstilles relationer for bruttoinvesteringerne på baggrund af den dynamiske identitet i fastkædepriser, og for nettokapitalapparatet på baggrund af den dynamiske identitet i løbende priser. Endvidere er det nødvendigt at definere nye afskrivnings- og afgangsrater og usercost udtrykket har også ændret sig om end kun i mindre grad. Alle de nye ligninger er i hovedtræk beskrevet i dette papir, og fortolkning og råd mht. fremskrivninger gives. Dog er de konstrueret, så benchmark er, at k-faktorer kan fremskrives konstant, mens J-led kan sættes lig nul.

GRH02307

Nøgleord: Kædepriser, dynamiske identiteter, usercost, faktorblok, kapital

1. Indledning

Dette papir er sat sammen af en del komponenter og skal ikke nødvendigvis læses fra ende til anden.

Det første afsnit – dvs. afsnit 2 – giver en introduktion til kædestørrelser. Både om deres baggrund, definition, sammenhæng med foregående års priser og problemet med kvoter ift. andele diskuteres. Er man allerede godt inde i kædeproblematikken kan dette afsnit uden problemer springes over. Dog introduceres meget af notationen i dette afsnit.

Afsnit 3 er et meget teknisk afsnit og her bliver den dynamiske identitet for kædeprisstørrelser udledt. Det er medtaget dels som dokumentation for udledninger, men der benyttes nogle tricks med additivitet i forgående og løbende priser, så det kan være lærerigt at læse for personer, som ikke har beskæftiget sig indgående med kædestørrelser tidligere.

Afsnit 4 er et kort hjælpe-afsnit, hvor afskrivnings- og afgangsraterne i primopriser defineres. Endvidere defineres diskripansen, som er forskellen på nettokapitalapparatet givet af nationalregnskabet og det udregnet på baggrund af den dynamiske identitet. På grund af uhensigtsmæssigheder i opgørelsesmetoden fra Nationalregnskabet side stemmer disse to ikke overens.

Afsnit 5 er et af de mest essentielle afsnit. Fremgangsmåden ved fremskrivninger forklares på en simpel måde. Samtidig angives specifikke formler for k-faktorer og J-led, så man kan få et indblik i, hvornår de afviger historisk. J-leddene er skabt til at kunne sættes lig nul i fremskrivningerne, mens k-faktorerne er skabt til at kunne fremskrives uændret. Det beskrives også her, hvilke forudsætninger der ligger bag dette, og hvornår de kan afvige.

Afsnit 6 beskriver, hvordan usercost er skrevet op i den nye modelversion. Dette adskiller sig lidt fra den gamle version. Den største forskel er, at i højere grad er synliggjort, at usercost er en udgift pr. enhed bruttokapital.

Endelig giver afsnit 7 en konklusion.

2. Fastbase og Laspeyres aggregater, andele og kvoter

Fastbaseaggregater er simpelthen mængder målt i de priser de enkelte mikrokomponenter havde i et bestemt år – f.eks. år 2000. I faste priser er de aggregerede bruttoinvesteringer altså blot, hvor meget de samlede bruttoinvesteringer havde været værd i år 2000. Dette er en simpel sum af, hvad de enkelte komponenter ville have været værd i år 2000. Altså er fastbaseaggregatet additivt:

$$fI_t = \sum fI_{i,t} \tag{2.1}$$

hvor $fI_{i,t}$ er de enkelte underkomponenter af bruttoinvesteringerne målt i 2000-priser, og fI_t er de aggregerede bruttoinvesteringer. Helt generelt vil gælde, at I er bruttoinvesteringer, f foran en variabel betyder variablen målt i 2000-priser[1], fodtegn t betyder målt til tidspunkt t, og fodtegn i,t betyder, at det er en mikrostørrelse målt til tidspunkt t.

En anden egenskab ved fastbasestørrelser er, at forholdet mellem en mikrokomponent og en aggregeret størrelse kan tolkes som andele. For eksempel er andelen af de samlede bruttoinvesteringer i kapitalgode i givet ved:

$$bfI_{i,t} = \frac{fI_{i,t}}{fI_t} \tag{2.2}$$

På grund af additivitet fås:

$$\sum bfI_{i,t} = \sum \frac{fI_{i,t}}{fI_t} = \frac{\sum fI_{i,t}}{fI_t} = 1 \tag{2.3}$$

Altså kan en residualt defineret delmængdes andel findes ved:

$$bfI_{j,t} = 1 - \sum_{i \notin j} bfI_{i,t} \tag{2.4}$$

En ulempe ved fastbaseaggregater er, at de ikke på betryggende vis tager hånd om meget asymmetrisk prisudvikling. Tag computere som eksempel. I dag kan man købe en ny PC med tilbehør for omkring 5.000,-. Alternativt kan man købe en "state of the art" til 20.000,-. Forskellen består i processorhastighed, RAM, diskplads osv. Sagen er bare den, at den computer, som i dag koster 5.000,-, var "state of the art" og kostede 20.000,- for en 2-3 år siden. I år 2000 var det ikke muligt at købe en computer med disse karakteristika, men skulle en 2000-pris for en computer til 5.000,- i dag findes, så ville den langt overstige 50.000,-.

I år 2000 bestod 31 pct. af alle investeringer i maskiner og inventar af computer hardware mm. I løbende priser var dette 32 pct. i 2003, mens det i 2000-priser var 35 pct. Denne forskel skyldes, at der hovedsagligt investeres i standardcomputere, og at prisen på standardcomputere nogenlunde har fulgt den normale prisudvikling, samt at andelen af standard computerudstyr ift. andet har ligget stabilt. Den højere udvikling i andelen i 2000-priser skyldes den store prisudvikling på computere. Nu forelægger der ikke tal frem i tiden, men denne forskydning vil blive større, jo længere væk fra basisåret man kommer. Hermed vil andelen af hardware mm af maskiner og inventar eksplodere i fremtiden og næsten forsvinde tilbage i tiden. For eksempel var i 1990 33 pct. af maskin og inventar investeringer i hardware mm. i løbende priser, mens det kun var 21 pct. i 2000-priser.

Ovenstående er blevet brugt som begrundelse for at skifte fra fastbase til kædepriser. Idet kædepriser skulle være mere robuste overfor udviklingen i netop sådanne komponenter. Er målet at finde let fortolkelige andele, så er man dog ikke kommet så meget videre, hvilket jeg vil argumentere for senere.

Grundlaget for kædeprisstørrelser er, at udviklingen i en kædeprismængde skal være udviklingen i serien målt i forgående års kædepriser:

[1] En variabel uden fortegn er i løbende priser – altså helt normal ADAM-notation.

$$\frac{fqI_t}{fqI_{t-1}} = \frac{pqi_{t-1}\,fqI_t}{pqi_{t-1}\,fqI_{t-1}} = \frac{ffI_t}{I_{t-1}} = \frac{\sum ffI_{i,t}}{\sum I_{i,t-1}} = \frac{\sum pi_{i,t-1}\,fI_{i,t}}{\sum pi_{i,t-1}\,fI_{i,t-1}} \qquad (2.5)$$

hvor *fq* foran en variabel betyder, at det er et kædeprisaggregat[2], mens *ff* foran en variabel betyder, at den bliver målt i foregående år kædede priser. Niveauet findes herefter ved at sætte $fqI_{2000} = I_{2000}$, og priserne kan findes ved $pqi_t = I_t \,/\, fqI_t$.

En ulempe ved kædeprisstørrelserne er, at de ikke er additive:

$$fqI_t \neq \sum fqI_{i,t} \qquad (2.6)$$

Dette giver anledning til mange besværligheder. En stor hjælp kan dog være at huske på, at de dog er additive i både indeværende års priser:

$$pqi_t\,fqI_t = I_t = \sum I_{i,t} = \sum pi_{i,t}\,fI_{i,t} \qquad (2.7)$$

og i foregående års priser:

$$pqi_{t-1}\,fqI_t = ffI_t = \sum ffI_{i,t} = \sum pi_{i,t-1}\,fI_{i,t} \qquad (2.8)$$

Det bør dog også nævnes, at det ikke er nødvendigt at addere alle størrelserne på mikroniveauet. Det kan lige så nemt klares på et mellemniveau:

$$pqi_t\,fqI_t = I_t = \sum I_{j,t} = \sum pqi_{j,t}\,fqI_{j,t} \qquad (2.9)$$

og

$$pqi_{t-1}\,fqI_t = ffI_t = \sum ffI_{j,t} = \sum pqi_{j,t-1}\,fqI_{j,t} \qquad (2.10)$$

hvor *j* består af flere underkomponenter. Generelt vil fodtegn *j* betyde et niveau over mikroniveau og fodtegn *i*, at det er mikroniveauet.

Definer en kvote som:

$$bfqI_{j,t} = \frac{fqI_{j,t}}{fqI_t} \qquad (2.11)$$

Denne kvote kan ***ikke*** tolkes som en andel. Baggrunden er, at summen af kvoterne ikke er lig en:

$$\sum bfqI_{i,t} = \sum \frac{fqI_{i,t}}{fqI_t} = \frac{\sum fqI_{i,t}}{fqI_t} \neq 1 \qquad (2.12)$$

Noget der summer til en er $fqI_{j,t} \,/ \sum fqI_{j,t}$. Fortolkningen af denne størrelse er andelen af kædeprisinvesteringerne i gruppe *j* ud af summen af kædeprisinvesteringer, hvor det sidste er udenfor fortolkning og afhængigt af hvorledes grupperne bestemmes. Så dette er heller ikke en farbar vej.

Konklusionen må være, at andele i kædeprisstørrelser ikke giver mening. Derimod giver de god mening, hvis de måles i løbende eller foregående års priser.

Hermed har indføring af kædeprisstørrelser ikke givet en universal måde at beregne andele, som er robuste overfor asymmetrisk prisudvikling på

[2] I dette papir benyttes kædeprisaggregat og Laspeyreskædeaggregat synonymt, eftersom vi kun beskæftiger os med Laspeyres kæder.

computere. Til gengæld tvinger den en til eksplicit af vælge prisgrundlaget for andelene i f.eks. løbende priser eller foregående års.

3. Den dynamiske identitet for fastbase og Laspeyresaggregater

Tag udgangspunkt i mikroniveauet. Her må følgende gælde:

$$\frac{Kn_{i,t}}{pi_{i,t+0.5}} = \frac{Kn_{i,t-1}}{pi_{i,t-0.5}} + \frac{I_{i,t}}{pi_{i,t}} - \frac{Inv_{i,t}}{pi_{i,t}} \tag{3.1}$$

hvor $Kn_{i,t}$ er nettokapitalapparatet ultimo periode *t*, $Kn_{i,t-1}$ er primo, $I_{i,t}$ er investeringerne, $Inv_{i,t}$ er afskrivningerne, og der ses bort fra andre mængdemæssige ændringer – alle størrelser opgjort i løbende priser. $pqi_{i,t+0.5}$ er prisen ultimo, $pqi_{i,t-0.5}$ er prisen primo, og $pqi_{i,t}$ er den gennemsnitlige pris over året – omtrent lig og også kaldet medio-prisen.

Det eneste ligningen fortæller er, at beholdningen af kapitalgode *i* er lig beholdningen i sidste periode plus bruttoinvesteringer minus afskrivninger. Altså en simpel bogholderimæssig identitet. Da $pkn_{i,t} \equiv pi_{i,t+0.5}$ fås:

$$fKn_{i,t} = fKn_{i,t-1} + fI_{i,t} - fInv_{i,t} \tag{3.2}$$

og da alle led er additive fås:

$$fKn_t = fKn_{t-1} + fI_t - fInv_t \tag{3.3}$$

hvilket er den dynamiske identitet for fastbaseaggregater. Definitionen $pkn_{i,t} \equiv pi_{i,t+0.5}$ sammen med indekseringen $pi_{i,2000} = 1$ medfører, at prisen på nettokapital ikke er 1 ultimo 2000, men derimod medio 2000, og hermed er $pKn_{i,2000} \neq 1$, og $fKn_{i,2000} \neq Kn_{i,2000}$.

For kædestørrelser er det dog valgt at definere $pqkn_{j,1999} = 1$ for alle kædeaggregater[3]. Dette betyder, at $pqkn_{i,1999} = 1$ på mikroniveau, og hermed er $pqkn_{i,t} = pkn_{i,t} / pkn_{i,1999}$, og $fqKn_{i,t} = pkn_{i,1999} fKn_{i,t}$. For investeringerne og afskrivningerne er intet ændret – dvs. $fqI_{i,t} = fI_{i,t}$ og $fqInv_{i,t} = fInv_{i,t}$. Hermed kan den dynamiske identitet omskrives til:

$$\frac{fqKn_{i,t}}{pkn_{i,1999}} = \frac{fqKn_{i,t-1}}{pkn_{i,1999}} + fqI_{i,t} - fqInv_{i,t} \tag{3.4}$$

og der kan ganges primo-nettokapitalpriser på begge sider:

$$pkn_{i,t-1}\frac{fqKn_{i,t}}{pkn_{i,1999}} = pkn_{i,t-1}\frac{fqKn_{i,t-1}}{pkn_{i,1999}} + pkn_{i,t-1} fqI_{i,t} - pkn_{i,t-1} fqInv_{i,t} \tag{3.5}$$

Det udnyttes nu, at ultimokapitalprisen på mikroniveau er givet ved $pkn_{i,t} = ½\, pi_{i,t} + ½\, pi_{i,t+1}$, samt at $pqi_{i,t} = pi_{i,t}$ og $pqi_{i,t} = pqinv_{i,t}$:

$$\begin{aligned} pqkn_{i,t-1} fqKn_{i,t} = {} & pqkn_{i,t-1} fqKn_{i,t-1} + \left(½\, pqi_{i,t-1} + ½\, pqi_{i,t}\right) fqI_{i,t} \\ & - \left(½\, pqinv_{i,t-1} + ½\, pqinv_{i,t}\right) fqInv_{i,t} \end{aligned} \tag{3.6}$$

---

[3] Det kan virke lidt mærkeligt, at 1999 er valgt som indeksår. Baggrunden er, at nationalregnskabet benytter primotal, mens vi her benytter ultimotal.

hvilket kan omskrives til:

$$ffKn_{i,t} = Kn_{i,t-1} + ½\, ffI_{i,t} + ½ I_{i,t} - ½\, ffInv_{i,t} - ½ Inv_{i,t} \qquad (3.7)$$

hvor det huskes på, at *ff* foran en variabel betyder at den måles i foregående års kædepriser.

Alle led i denne ligning er additive. Altså fås tilsvarende for aggregaterne:

$$ffKn_t = Kn_{t-1} + ½\, ffI_t + ½ I_t - ½\, ffInv_t - ½ Inv_t \qquad (3.8)$$

hvilket kan omskrives til:

$$\begin{aligned} pqkn_{t-1}\, fqKn_t = {} & pqkn_{t-1}\, fqKn_{t-1} + ½\, pqi_{t-1}\, fqI_t + ½\, pqi_t\, fqI_t \\ & - ½\, pqinv_{t-1}\, fqInv_t - ½\, pqinv_t\, fqInv_t \end{aligned} \qquad (3.9)$$

divideres igennem med ultimokapitalprisen for aggregatet fås:

$$fqKn_t = fqKn_{t-1} + \frac{½\, pqi_{t-1} + ½\, pqi_t}{pqkn_{t-1}}\, fqI_t - \frac{½\, pqinv_{t-1} + ½\, pqinv_t}{pqkn_{t-1}}\, fqInv_t \qquad (3.10)$$

Ovenstående gælder også for bruttokapitalapparatet *K* og de tilhørende afgange *Iv*:

$$fqK_t = fqK_{t-1} + \frac{½\, pqi_{t-1} + ½\, pqi_t}{pqk_{t-1}}\, fqI_t - \frac{½\, pqiv_{t-1} + ½\, pqiv_t}{pqk_{t-1}}\, fqIv_t \qquad (3.11)$$

4. Afgangs- og afskrivningsrater i primopriser og diskripans

Der offentliggøres ikke tal for afgange og hermed offentliggøres deres priser heller ikke. Således er det ikke muligt at finde $fqIv_t$ residualt på baggrund af ligning (3.11). Dette umuliggør en beregning af afgangskvoten, $fqIv_t / fqK_{t-1}$. Det er dog muligt at finde afgangsraten i primopriser:

$$biv_t \equiv \frac{½\, ffIv_t + ½ Iv_t}{K_{t-1}} = \frac{½\, pqiv_{t-1} + ½\, pqiv_t}{pqk_{t-1}} \frac{fqIv_t}{fqK_{t-1}} \qquad (4.1)$$

Rent datamæssigt konstrueres afgangsraten som:

$$biv_t = \frac{K_{t-1} + ½\, ffI_t + ½ I_t - ffK_t}{K_{t-1}} \qquad (4.2)$$

hvilket beregnes residualt ud fra ligning (3.8).

Afskrivningsraten i primo priser defineres på tilsvarende måde:

$$binv_t \equiv \frac{½\, ffInv_t + ½ Inv_t}{Kn_{t-1}} = \frac{½\, pqinv_{t-1} + ½\, pqinv_t}{pqk_{t-1}} \frac{fqInv_t}{fqK_{t-1}} \qquad (4.3)$$

Her haves data dog direkte til at bestemme relationen.

På grund af opgørelsesmetoden fra Nationalregnskabet stemmer højre og venstresiden ikke overens for den dynamiske identitet. Diskripansen er defineret ved:

$$fqDiskr_t = fqKn_t - \left((1 - binv_t)\, fqKn_{t-1} + \frac{½\, pqi_{t-1} + ½\, pqi_t}{pqkn_{t-1}}\, fqI_t \right) \qquad (4.4)$$

Datamæssigt i ADAM-banken er der ingen diskripans i de dynamiske identiteter for bruttokapitalapparatet, da afgangsraterne er beregnet residualt. Til gengæld adskiller de beregnede afgangsrater sig fra hvad de havde været, hvis de var blevet beregnet direkte på baggrund af de bagvedliggende tal fra Nationalregnskabet.

5. Fremskrivningerne

Bruttokapitalapparaterne bestemmes af efterspørgslen, som fastsættes ud fra adfærdsrelationer, der ikke er blevet ændret væsentligt i denne omgang. Den eneste væsentlige ændring er at usercostbegrebet er gjort mere strømlinet. Dette ændrer dog ikke modellens egenskaber, og kun i mindre grad tallenes størrelse.

Når først bruttokapitalapparatet haves, så findes bruttoinvesteringerne ud fra den dynamiske identitet:

$$fqI_t = kfqi_t \left(fqK_t - fqK_{t-1} + biv_t \, fqK_{t-1} \right) \tag{5.1}$$

hvor

$$kfqi_t \equiv \frac{pqk_{t-1}}{½\,pqi_{t-1} + ½\,pqi_t} \tag{5.2}$$

og

$$biv_t \equiv \frac{½\,pqiv_{t-1} + ½\,pqiv_t}{pqk_{t-1}} \frac{fqIv_t}{fqK_{t-1}} \tag{5.3}$$

Investeringspriserne bliver fremskrevet i en anden del af modellen og tages her for givne i fremskrivninger, selvom de er endogene i den overordnede model. Der er ikke eksplicit priser på bruttokapital, nettokapital og afskrivningerne med i modellen. Til gengæld er der en k-faktor, som skal repræsentere de relatve primo-priser. At fremskrive med en konstant k-faktor svarer til en antagelse om ens prisudvikling i prisen på bruttokapital og investeringer, hvilket vil være et naturligt benchmark.

Et naturligt benchmark er også at fremskrive med en konstant afgangsrate. Dette svarer til en antagelse dels om ens prisudvikling for afgange og bruttokapital og dels om konstante afgangsrater i faste priser. Dog måles afgangsraten rent datamæssigt med stor unøjagtighed, så det er ikke nødvendigvis klogt blot at sætte denne konstant lig det for det sidste historiske år.

Afskrivninger i løbende priser udledes i bilag A og er givet ved:

$$Inv_t = \left(1 + JRinv_t\right) \frac{pqi_t \,/\, pqi_{t-1}}{½ + ½\,pqi_t \,/\, pqi_{t-1}} binv_t Kn_{t-1} \tag{5.4}$$

hvor

$$JRinv_t = \frac{1}{2} \frac{\pi_t^{Inv} - \pi_t^{I}}{\left(1 + \pi_t^{I}\right)\left(1 + ½\pi_t^{Inv}\right)} \tag{5.5}$$

Sættes JR-leddet lig nul svarer det til en antagelse om ens prisudvikling for henholdsvis afskrivningerne og bruttoinvesteringerne, hvilket virker som en rimelig benchmark.

Nettokapitalapparatet i løbende priser kan skrives ved følgende relation:

$$Kn_t = Kn_{t-1} + I_t - Inv_t + Okn_t \tag{5.6}$$

hvor omvurderingerne følger af dem udledt i bilag B og givet ved:

$$Okn_t = \left(1 + JRokn_t\right)\pi_t^I \left(Kn_{t-1} + ½\left(I_t - Inv_t\right)\right) \tag{5.7}$$

hvor:

$$\begin{aligned} JRokn_t = {} & \frac{\pi_t^{Kn} - \pi_t^I}{\pi_t^I} + \left(\frac{\pi_t^{Kn}}{\pi_t^I} - \frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^I}\right)\frac{½ I_t}{Kn_{t-1} + ½\left(I_t - Inv_t\right)} \\ & - \left(\frac{\pi_t^{Kn}}{\pi_t^I} - \frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^{Inv}}\frac{\pi_t^{Inv}}{\pi_t^I}\right)\frac{½ Inv_t}{Kn_{t-1} + ½\left(I_t - Inv_t\right)} \end{aligned} \tag{5.8}$$

Sættes JR-leddet lig nul, svarer det til en antagelse om ens udvikling for nettokapitalpriserne ultimo, afskrivningspriserne medio og investeringspriserne medio. Hvis prisudviklingen er stabil, så vil det svare til en antagelse om symmetrisk prisudvikling i underkomponenter, men ændringer i inflationstakten vil påvirke JR-leddet, hvorfor det historisk har en vis størrelse.

6. Usercost

Usercost er ændret en lille smule i forhold til den tidligere modelversion. Tidligere var det approksimativt den forventede udgift pr. enhed ultimo-bruttokapitalapparat for bygninger og maskiner og pr. enhed primo-bruttokapitalapparat for boliger og biler. Nu er det et mål for den forventede udgift pr. enhed medio-bruttokapitalapparat:

$$ui_t = \frac{yc_t}{½\, fqK_{t-1} + ½\, fqK_t} \tag{6.1}$$

Baggrunden for ændringen er for det første at få ensrettet opbygningen af usercost for biler og boliger på den ene side og bygninger og maskiner på den anden. Endvidere er usercost en flowstørrelse, som hæfter sig til mængden af bruttokapital, der var til rådighed gennem perioden, hvorfor medio er en bedre approksimation end hverken primo eller ultimo.

Det usercostudtryk som normalt findes i lærebøger er pr. enhed nettokapital, hvorfor der i den tidligere modelversion blev ganget en korrektionsfaktor for bruttokapital over nettokapital på. I denne version er det valgt at beregne den samlede udgift til kapital i en relation og så finde usercost ved at dividere med den samlede bruttobeholdning medio. En sådan opsplitning blev allerede gjort for boliger i den sidste modelversion, men gælder nu generelt.

Ses der bort fra skatter og afgifter med videre, så er de samlede forventede udgifter ved at eje kapital givet ved:

$$yc_t = Inv_t + \left[Kn_{t-1} + ½\left(I_t - Inv_t\right)\right]\left[iwlo_t - \left(1-\delta\right) rpie\right] \tag{6.2}$$

hvor $iwlo_t$ er renten og $rpie$ er inflationsforventningerne til netop det valgte kapitalgode.

Man kan tænke på det som om, at virksomhederne lejer kapitalapparatet og først betaler det tilbage, når det afskrives. Hermed skal de hver periode betale afskrivningerne. Endvidere skal de betale rente udgifter af kapitalapparatet som i gennemsnit over perioden er primostocken plus halvdelen af nettoinvesteringerne. De får til gengæld en kapitalgevinst på den del af kapitalapparatet der ikke er afskrevet, hvis priserne er steget igennem perioden.

Eftersom virksomhederne ikke omkostningsfrit kan realisere deres kapitalgevinster, er det historisk valgt at sætte $\delta = 0.5$, hvilket giver det pæneste fit. Det er valgt stadig at benytte denne konstant. Inflationsforventningerne er knyttet til nettokapitalapparatet, men det er meget usikkert om virksomhederne kan skelne mellem investerings- og kapitalprisen. Endvidere er kun investerings og ikke kapitalprisen med i modellen. Derfor vælges det at definere inflationsforventningerne på baggrund af investeringspriserne:

$$rpie_t = \alpha \frac{pi_t - pi_{t-1}}{pi_{t-1}} + (1-\alpha)\, rpie_{t-1} \tag{6.3}$$

7. Konklusion

I dette papir er opbygningen af kapital- og investeringsligninger i den nye modelversion forklaret. Ligningerne er blevet formelt udledt, og er formuleret således at J-led og k-faktorer kan sættes som normalt ved fremskrivninger. Endvidere er det valgt ikke at inkudere priser for kapital og afskrivninger direkte i modellen. Specifikt er det kun nødvendigt at benytte nettokapitalapparat og afskrivninger i løbende priser og bruttokapitalapparatet i fastkædepriser.

8. Bilag

Bilag A:
Afskrivningerne i løbende priser kan på baggrund af ligning (4.3) findes som:

$$Inv_t = \frac{1}{½\, pqinv_{t-1} / pqinv_t + ½} binv_t Kn_{t-1} \tag{8.1}$$

hvilket kan omskrives til:

$$Inv_t = \frac{1+\pi_t^{Inv}}{1+½\pi_t^{Inv}} binv_t Kn_{t-1} \tag{8.2}$$

hvor $\pi_t^{Inv} = (pqinv_t - pqinv_{t-1}) / pqinv_{t-1}$, hvilket igen kan omskrives til:

$$Inv_t = \left(1+JRinv_t\right)\frac{1+\pi_t^{I}}{1+½\pi_t^{I}} binv_t Kn_{t-1} \tag{8.3}$$

hvor $\pi_t^{I} = (pqi_t - pqi_{t-1}) / pqi_{t-1}$ og $JRinv_t = \frac{1}{2}\frac{\pi_t^{Inv} - \pi_t^{I}}{\left(1+\pi_t^{I}\right)\left(1+½\pi_t^{Inv}\right)}$.

Bilag B:
Den dynamiske identitet inklusiv diskripansled kan skrives som:

$$\begin{aligned} fqKn_t = {} & fqKn_{t-1} + \frac{½\, pqi_{t-1} + ½\, pqi_t}{pqkn_{t-1}} fqI_t \\ & - \frac{½\, pqinv_{t-1} + ½\, pqinv_t}{pqkn_{t-1}} fqInv_t + fqDiskr_t \end{aligned} \tag{8.4}$$

hvilket kan omskrives til:

$$\begin{aligned} Kn_t = {} & \frac{pqkn_t}{pqkn_{t-1}} Kn_{t-1} + \frac{½\, pqi_{t-1} + ½\, pqi_t}{pqkn_{t-1}} \frac{pqkn_t}{pqi_t} I_t \\ & - \frac{½\, pqinv_{t-1} + ½\, pqinv_t}{pqkn_{t-1}} \frac{pqkn_t}{pqinv_t} Inv_t + Diskr_t \end{aligned} \tag{8.5}$$

og igen til:

$$\begin{aligned} Kn_t = {} & \frac{pqkn_t}{pqkn_{t-1}} Kn_{t-1} + \frac{pqkn_t}{pqkn_{t-1}} \frac{½\, pqi_{t-1} + ½\, pqi_t}{pqi_t} I_t \\ & - \frac{pqkn_t}{pqkn_{t-1}} \frac{½\, pqinv_{t-1} + ½\, pqinv_t}{pqinv_t} Inv_t + Diskr_t \end{aligned} \tag{8.6}$$

og igen til:

$$\begin{aligned} Kn_t = {} & \frac{pqkn_t}{pqkn_{t-1}} Kn_{t-1} + \frac{pqkn_t}{pqkn_{t-1}} \left(1 - \frac{1}{2}\frac{pqi_t - pqi_{t-1}}{pqi_t}\right) I_t \\ & - \frac{pqkn_t}{pqkn_{t-1}} \left(1 - \frac{1}{2}\frac{pqinv_t - pqinv_{t-1}}{pqinv_t}\right) Inv_t + Diskr_t \end{aligned} \tag{8.7}$$

hvilket igen kan omskrives til:

$$Kn_t = \left(1+\pi_t^{Kn}\right)Kn_{t-1} + \left(1+\pi_t^{Kn}\right)I_t - \frac{1}{2}\frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^{I}}\pi_t^{I} I_t$$
$$-\left(1+\pi_t^{Kn}\right)Inv_t + \frac{1}{2}\frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^{Inv}}\pi_t^{Inv} Inv_t + Diskr_t \tag{8.8}$$

da

$$\frac{pqi_t - pqi_{t-1}}{pqi_t} = 1 - \left(\frac{pqi_t}{pqi_{t-1}}\right)^{-1} = 1 - \left(1+\pi_t^{I}\right)^{-1} = 1 - \frac{1}{1+\pi_t^{I}} = \frac{\pi_t^{I}}{1+\pi_t^{I}} \tag{8.9}$$

Altså er kapitalapparatet givet ved:

$$Kn_t = Kn_{t-1} + I_t - Inv_t + Okn_t \tag{8.10}$$

hvor omvurderingerne er givet ved:

$$Okn_t = \pi_t^{Kn}\left(Kn_{t-1} + ½\left(I_t - Inv_t\right)\right) + \frac{1}{2}\left(\pi_t^{Kn} - \frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^{I}}\pi_t^{I}\right)I_t$$
$$-\frac{1}{2}\left(\pi_t^{Kn} - \frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^{Inv}}\pi_t^{Inv}\right)Inv_t + Diskr_t \tag{8.11}$$

Dette kan igen omskrives til:

$$Okn_t = \pi_t^{I}\left(Kn_{t-1} + ½\left(I_t - Inv_t\right)\right) + Jokn_t \tag{8.12}$$

hvor

$$Jokn_t = \left(\pi_t^{Kn} - \pi_t^{I}\right)\left(Kn_{t-1} + ½\left(I_t - Inv_t\right)\right) + \frac{1}{2}\left(\pi_t^{Kn} - \frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^{I}}\pi_t^{I}\right)I_t$$
$$-\frac{1}{2}\left(\pi_t^{Kn} - \frac{1+\pi_t^{Kn}}{1+\pi_t^{Inv}}\pi_t^{Inv}\right)Inv_t + Diskr_t \tag{8.13}$$