Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Grane Høegh

9. september 2009

Vækstkorrektion i fejlkorrektionsligninger

Resumé:

Formålet med dette papir er at indføre vækstkorrektionsled i de dynamiske relationer, som sørger for, at fejlkorrektionsrelationernes faktiske og ønskede mængder er ens i ligevægt.

GRH09909

Nøgleord: Vækstkorrektion

1. Indledning

I ADAM i dag er de fleste af vores adfærdsligninger fejlkorrektionsligninger. Vi fortolker disse som, at der er noget kortsigtsdynamik og tilpasning mod en ønsket mængde. Problemet med disse ligninger er dog, at den faktiske mængde på en balanceret vækststi ikke vil blive lig den ønskede mængde. Vi ønsker at omskrive vores fejlkorrektionsligninger, så den faktiske mængde på en balanceret vækststi vil være lig den ønskede mængde.

Formålet med dette papir er at beskrive, hvordan dette kan lade sig gøre. Først i afsnit 2 et simpelt set up. Herefter i afsnit 3 i et mere generelt set up. Konkrete anvendelser af vækstkorrektion er givet i den nye faktorblok og det nye forbrugssystem. Hvordan vækstkorrektionen er foretaget i faktorblokken er kort beskrevet i afsnit 4, mens vækstkorrektionen i forbrugssystemet kort er beskrevet i afsnit 5. Disse første 4 afsnit beskriver, hvordan vækstkorrektion indføres i ligningerne med henblik på estimation, og hvilken historisk værdi vækstkorrektionsleddene skal have. Afsnit 6 giver et bud på, hvilke værdier disse vækstkorrektionsled skal have i fremskrivningerne. Endelig giver afsnit 7 en konklusion.

2. Simpel vækstkorrektion af dynamiske relationer

Der tages her udgangspunkt i ligningerne:

$$D\log fX_1 = \phi_1 D\log\left(fX_1\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{2.1}$$

$$ECM = \log fX_1 - \left(\log\theta - \sigma\log\frac{px_1}{px_{12}} + \log\frac{X_{12}}{px_{12}} + dtx_1\right) \tag{2.2}$$

hvor X_1 er en variabel, X_{12} er en anden variabel begge i løbende priser, suffix *f* indikerer kædemængder, suffix *p* indikerer priser, suffix *dt* indikerer en trend, og græske bogstaver er parametre.

Typisk vil tilpasningen i en variabel ske lidt trægt og uden overshooting dvs. $\phi_1 < 1$. På en balanceret vækststi vil fX_1 og $\left(fX_1\right)^*$ vokse med samme vækstrate. Idet $\phi_1 < 1$ er dette kun muligt, hvis $fX_1 < \left(fX_1\right)^*$ på denne balancerede vækststi.

En trend i fX_1 vil med to-trins-estimation give en omitted variable bias for ϕ_1, idet forskellen på vækstraten i fX_1 og $\left(fX_1\right)^{*\phi_1}$ (evt. en konstant) er udeladt. En simultan estimation vil fange vækstraten i fejlkorrektionsdelens konstantled – hermed kan det estimerede konstantled ikke tolkes som hørende til ligevægtsleddet, men skal opdeles i to, hvor den ene del hører til i den dynamiske ligning:

$$D\log fX_1 = \iota + \phi_1 D\log\left(fX_1\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{2.3}$$

hvor ι er vækstraten i fX_1 minus vækstraten i $\left(fX_1\right)^{*\phi_1}$. Dette resultat er allerede fundet i TMK30O03.

Er ligevægtsrelationen velspecificeret, så er væksraren i fX_1 lig vækstraten i $\left(fX_1\right)^*$, og hermed er forskellen mellem vækstraterne $1-\phi_1$ gange vækstraten. Altså kan ligningen skrives som:

$$D\log fX_1 = \left(1-\phi_1\right) rfx_1 + \phi_1 D\log\left(fX_1\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{2.4}$$

hvor rfx_1 er vækstraten for fX_1. Det er vigtigt for de langsigtede egenskaber, at rfx_1 på en balanceret vækststi med en konstant vækstrate er lig den faktiske vækstrate. Det er derimod vigtigt for de kortsigtede egenskaber ikke at gennemtvinge et større gennemslag fra $\left(fX_1\right)^*$.

Over den estimerede periode er den gennemsnitlige vækstrate givet ved:

$$rfx_1 = \frac{\sum D\log\left(fX_1\right)}{T} \tag{2.5}$$

altså summen over vækstraterne i den estimerede periode divideret med periodelængden. Dette svarer for den estimerede periode altså blot til at dele konstantleddet op i to dele.

På tilsvarende måde kan opskrives for:

$$D\log\frac{fX_1}{fX_{12}} = \left(1-\phi_2\right) rbfx_1 + \phi_2 D\log\left(\frac{fX_1}{fX_{12}}\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{2.6}$$

hvor

$$rbfx_1 = \frac{\sum D\log\left(fX_1 / fX_{12}\right)}{T} \tag{2.7}$$

Hvilken af de to opskrivninger, der benyttes, er essentiel for de kortsigtede egenskaber, men ikke for de langsigtede. Der findes flere forskellige måder at opskrive fejlkorrektionsmodeller, jf. bilag A. Fremgangsmåden må være, at opstille en mere generel model og teste den ned til en af disse simple modeller.

3. Generel vækstkorrektion af dynamiske relationer

Det bliver lidt mere besværligt med frit estimerede kortsigtede pris- og indkomsteffekter. Vi tager udgangspunkt i den frie ikke vækstkorrigerede ligning:

$$D\log fX_1 = -\phi_P D\log\frac{px_1}{px_{12}} + \phi_Y D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} + \phi_D D\log dtfx_1 - \gamma ECM_{-1} \tag{3.1}$$

Denne ligning vækstkorrigeres ved:

$$\begin{aligned} D\log fX_1 = {} & -\phi_P D\log\frac{px_1}{px_{12}} + \phi_Y D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} \\ & +\phi_D D\log dtfx_1 + rgfx_1 - \gamma ECM_{-1} \end{aligned} \tag{3.2}$$

hvor

$$rgfx_1 = rfx_1 + \phi_P rpx_{112} - \phi_Y rfx_{12} - \phi_D rdtx_1 \tag{3.3}$$

$$rfx_1 = \frac{\sum D\log\left(fX_1\right)}{T} \tag{3.4}$$

$$rpx_{112} = \frac{\sum D\log\left(px_1 / px_{12}\right)}{T} \tag{3.5}$$

$$rfx_{12} = \frac{\sum D\log\left(X_{12} / px_{12}\right)}{T} \tag{3.6}$$

$$rdt_1 = \frac{\sum D\log\left(dtfx_1\right)}{T} \tag{3.7}$$

4. Vækstkorrektion i faktorblokken

På baggrund af ligning (3.1) kan følgende hypotese testes:

$$H_1 : \phi_D = \phi_Y = \frac{\phi_P}{\sigma} \tag{4.1}$$

Accepteres H_1 fås:

$$\begin{aligned} D\log fX_1 &= -\phi_D \sigma D\log\frac{px_1}{px_{12}} + \phi_D D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} \\ &+\phi_D D\log dtfx_1 + rgfx_1 - \gamma ECM_{-1} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Ved hjælp af ligevægtsrelationen er givet ved:

$$\log\left(fX_1\right)^* = \log\theta - \sigma\log\frac{px_1}{px_{12}} + \log\frac{X_{12}}{px_{12}} + dtx_1 \tag{4.3}$$

fås:

$$D\log\left(fX_1\right)^* = -\sigma D\log\frac{px_1}{px_{12}} + D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} + Ddtx_1 \tag{4.4}$$

hvilket indsættes i (4.2):

$$D\log fX_1 = \phi_D D\log fX_1^* + rgfx_1 - \gamma ECM_{-1} \tag{4.5}$$

og korrektionen er givet ved:

$$rgfx_1 = rfx_1 - \phi_D rfx_1^* = \left(1-\phi_D\right) rfx_1 \tag{4.6}$$

Indsættes (4.6) i (4.5) fås ligningerne fra faktorblokken:

$$D\log fX_1 = \phi_D D\log fX_1^* + \left(1-\phi_D\right) rfx_1 - \gamma ECM_{-1} \tag{4.7}$$

5. Vækstkorrektion i forbrugssystemet

I forbrugssystemet er trenden givet ved:

$$\log dtfx_1 = \alpha_0 - \alpha_Y \log\frac{X_{12}}{px_{12}} \tag{5.1}$$

Indsættes dette fås:

$$D\log fX_1 = -\phi_P D\log\frac{px_1}{px_{12}} + \phi_{YY} D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} \\ +rgfx_1 - \gamma ECM_{-1} \tag{5.2}$$

hvor $\phi_{YY} \equiv \phi_Y - \alpha_Y\phi_D$ og

$$rgfx_1 = rfx_1 + \phi_P rpx_{112} - \phi_{YY} rfx_{12} \tag{5.3}$$

Dette er netop ligningerne fra forbrugssystemet.

6. Vækstkorrektion i fremskrivninger

Er vækstraten i fremskrivningen lig den historiske, så kan vi blot beholde rfx_1 uændret. Dette vil dog ikke altid være tilfældet, og vi skal sikre, at rfx_1 bliver lig vækstraten i fX_1 i ligevægt.

Der er to mulige måder at gøre dette. Enten kan rfx_1 være eksogen, og den skal være lig vækstraten på den balancerede vækststi. Alternativt skal rfx_1 være endogen med en ligning, der automatisk sikrer dette.

En mulig måde at gøre dette er gennem laggede effekter:

$$rfx_1 = \sum_{i=1}^{T} \lambda_i D\log fX_{1,-i} \tag{6.1}$$

hvor et Koyck-lag er standard og meget simpelt:

$$rfx_1 = (1-\lambda)\, rfx_{1,-1} + \lambda D\log fX_{1,-1} \tag{6.2}$$

Da fX_1 på en balanceret vækststi følger $(fX_1)^*$, så kan den alternativt opskrives:

$$rfx_1 = (1-\lambda)\, rfx_{1,-1} + \lambda D\log\left(fX_{1,-1}\right)^* \tag{6.3}$$

eller eventuelt:

$$rfx_1 = (1-\lambda)\, rfx_{1,-1} + \lambda D\log\left(fX_1\right)^* \tag{6.4}$$

Det er vigtigt for de kortsigtede egenskaber, at λ ikke fastsættes for højt, da dette vil ændre det estimerede kortsigtsgennemslag.

På tilsvarende måde kan opskrives for:

$$D\log\frac{fX_1}{fX_{12}} = (1-\phi_2)\, rbfx_1 + \phi_2 D\log\left(\frac{fX_1}{fX_{12}}\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{6.5}$$

hvor

$$rbfx_1 = (1-\lambda)\, rbfx_{1,-1} + \lambda D\log\frac{fX_{1,-1}}{fX_{12,-1}} \tag{6.6}$$

Hvilken af de to opskrivninger, der benyttes, er essentiel for de kortsigtede egenskaber, men ikke for de langsigtede.

En endogenisering af vækstraten under disse præmisser vil sikre, at den ønskede mængde er lig ligevægtsmængden, og at stød til mængden som følge af stød til vækstraten vil opføre sig fornuftigt. Dog vil egenskaberne ved midlertidige og permanente stød som ikke ændrer vækstraten være forværret.

7. Konklusion

Fejlkorrektionsligningerne i blandt andet faktorblokken og forbrugssystemet er blevet vækstkorrigeret, således at den ønskede og faktiske mængde er ens på en balanceret vækststi. Dette papir foreslår, hvorledes vækstkorrektionsleddet kan gøres endogent. Dette er dog ikke nødvendigvis en god idé. Der henvises til TMK22O09 for en videre diskussion.

Litteraturliste.

Kristensen, Tony M. (2003), ”Konstantledskorrektion i fejlkorrektionsrelationer”, TMK30O03

Kristensen, Tony M. (2009), ”Trendkorrektion i fejlkorrektionsrelationer”, TMK22O09

Bilag A. Tre ækvivalente måder at opskrive ligevægten

En almindelig CES-ligning med trend kan opskrives som:

$$\log fX_1 = \log\theta - \sigma\log\frac{px_1}{px_{12}} + \log\frac{X_{12}}{px_{12}} + dtx_1 \tag{8.1}$$

eller som

$$\log\frac{fX_1}{fX_{12}} = \log\theta - \sigma\log\frac{px_1}{px_{12}} + dtx_1 \tag{8.2}$$

eller som

$$\log\frac{X_1}{X_{12}} = \log\theta + (1-\sigma)\log\frac{px_1}{px_{12}} + dtx_1 \tag{8.3}$$

hvor X_1 er en variabel, X_{12} er en anden variabel begge i løbende priser, suffix *f* indikerer kædemængder, suffix *p* indikerer priser, suffix *dt* indikerer en trend og græske bogstaver er parametre.

Tilpasses venstresidevariablen trægt med en andel γ om året, så vil afstanden til ligevægt for alle relationer være:

$$ECM = \log fX_1 - \left(\log\theta - \sigma\log\frac{px_1}{px_{12}} + \log\frac{X_{12}}{px_{12}} + dtx_1\right) \tag{8.4}$$

Tilpasses venstresidevariablen trægt til højresiden, så kan en fejlkorrektionsligning, hvor andelen ϕ af ændringen i ligevægten slår igennem første år skrives som:

$$D\log fX_1 = \phi_1 D\log\left(fX_1\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{8.5}$$

eller som

$$D\log\frac{fX_1}{fX_{12}} = \phi_2 D\log\left(\frac{fX_1}{fX_{12}}\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{8.6}$$

eller som

$$D\log\frac{px_1 fX_1}{px_{12} fX_{12}} = \phi_3 D\log\left(\frac{px_1 fX_1}{px_{12} fX_{12}}\right)^* - \gamma ECM_{-1} \tag{8.7}$$

I den første relation tilpasser mængden sig trægt, mens det er mængdeforholdet mellem de to varer der i anden relation er træg. Endelig er det i tredje relation omkostningsandelen, som er træg. De tre relationer kan omskrives til:

$$D\log fX_1 = -\phi_1\sigma D\log\frac{px_1}{px_{12}} + \phi_1 D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} + \phi_1 Ddtx_1 - \gamma ECM_{-1} \tag{8.8}$$

eller som

$$D\log fX_1 = -\phi_2\sigma D\log\frac{px_1}{px_{12}} + D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} + \phi_2 Ddtx_1 - \gamma ECM_{-1} \tag{8.9}$$

eller som

$$D\log fX_1 = -\left(1-\left(1-\sigma\right)\phi_3\right)D\log\frac{px_1}{px_{12}} + D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} + \phi_3 Ddtx_1 - \gamma ECM_{-1} \qquad (8.10)$$

Er man i tivivl, om det er mængden, andelen eller omkostningsandelen, der er træg, så kan man opskrive ligningen mere generelt som:

$$D\log fX_1 = -\phi_P\sigma D\log\frac{px_1}{px_{12}} + \phi_Y D\log\frac{X_{12}}{px_{12}} + \phi_D Ddtx_1 - \gamma ECM_{-1} \qquad (8.11)$$

Herefter er det et spørgsmål om hvilke restriktioner, der kan påføres systemet. Bortset fra effektivitetsleddet, så er det standard i ADAMs relationer at opskrive kortsigtede pris- og mængdeeffekter frit.