

## DLU med CES-nytte

### Resumé:

*Her i papiret undersøges det om en generalisering af den bagvedliggende nyttefunktion i DLU fra Cobb-Douglas med minimumsforbrug til CES med minimumsforbrug vil gøre den funktionelle form mere fleksibel og forbedre modellens prediktion. Konklusionen er, at det gør den ikke. Baggrunden er sandsynligvis, at der ikke er nok frihedsgrader til at bestemme den ekstra parameter på andet end funktionel form.*

---

GRH17806

Nøgleord: DLU, systemestimation, CES

*Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan vFre Fndret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.*

## 1. Indledning

De nemme gevinster må tages først. På længere sigt ønskes DLU erstattet med et bedre fungerende system. En af hoveddancerne i øjeblikket er, at selvom forbruget af transport bestemmes i DLU, så bestemmes bilstocken udenfor, hvilket efterlader benzin og offentligt transport bestemt på en yderst uheldig facon. Endvidere er DLU ikke et særligt fleksibelt udgiftssystem. Det er det sidste, der i dette papir undersøges, om der nemt kan rettes op på.

Den underlæggende nyttefunktion i DLU er en Cobb-Douglas-nyttefunktion med minimumsforbrug også kaldet en Stone-Geary-nyttefunktion. Denne funktionsform er ikke specielt fleksibel. Et system, der er fuldstændig magen til DLU, men hvor den underlæggende nyttefunktion er en CES-nyttefunktion med minimumsforbrug, er benyttet i blandt andet Andrikopoulos og Brox (1985) og Tchamourliyski (2002).

Eftersom Cobb-Douglas-nyttefunktionen er en CES-nyttefunktion med en substitutionselasticitet på én er CES-nyttefunktionen mere generel. Derfor kan det tænkes, at en omlægning af DLU, hvor CES-nyttefunktionen med minimumsnytte erstatter den nuværende Stone-Geary-nyttefunktion, vil gøre systemet mere fleksibelt. Og dette er, hvad der i dette papir vil blive forsøgt.

I kapitel 2 beskrives kort det nuværende DLU. Herefter beskrives DLU med underliggende CES-nyttefunktion i kapitel 3. Der er dog øjensynligt problemer med identifikation af parametre, hvilket diskuteres i kapitel 4. Hvordan man kan slippe uden om disse vanskeligheder gennemgås i kapitel 5. I kapitel 6 gennemgås, hvordan residualerne adskiller sig eller retter sagt ikke adskiller sig mellem de to modeller. Endelig gives en konklusion i kapitel 7.

## 2. Det nuværende DLU

Det nuværende DLU er beskrevet i EDM04297. Det er antaget, at den repræsentative forbrugers problem kan skrives som:

$$\begin{aligned}
 u_t &= \sum_i (x_{it} - \mu_{it})^{\gamma_i} \\
 s.t. & \\
 y_t &= \sum_i p_{it} x_{it}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

hvor  $u_t$  er nytten,  $x_{it}$  er antallet af vare  $i$ ,  $p_{it}$  er prisen på vare  $i$ ,  $y_t$  er det samlede forbrug, fodtegn  $t$  angiver, at det er til tidspunkt  $t$ ,  $\gamma_i$  er antaget konstant over tid, og  $\mu_{it}$  er givet ved:

$$\mu_{it} = \theta_i + \varepsilon_i f_{it} + \alpha_i x_{i,t-1}
 \tag{1.2}$$

hvor  $f_{it}$  er en faktor, der kunne tænkes at påvirke forbruget af vare  $i$ ,  $x_{i,t-1}$  er forbruget af vare  $i$  i sidste periode, mens  $\theta_i$ ,  $\varepsilon_i$  og  $\alpha_i$  er parametre.

Løsningen til den repræsentative forbrugers problem er givet ved:

$$x_{it} = \mu_{it} + \gamma_i \frac{y_t - \sum_j p_{jt} \mu_{jt}}{p_{it}} \quad (1.3)$$

### 3. DLU med CES-nyttefunktion

Et alternativ til det nuværende DLU er et DLU, hvor nytten er givet ved en CES-funktion med minimumsforbrug. Et sådant system bliver blandt andet benyttet af Andrikopoulos og Brox(1985). I dette tilfælde kan den repræsentative forbrugers problem skrives som:

$$u_t = \left( \sum_i \delta_i (x_{it} - \mu_{it})^{(\sigma-1)/\sigma} \right)^{\sigma/(\sigma-1)} \quad (1.4)$$

*s.t.*

$$y_t = \sum_i p_{it} x_{it}$$

hvor alle variabler er som ovenfor,  $\mu_{it}$  er stadig givet ved (1.2),  $\delta_i$  og  $\sigma$  er parametre. Det gælder, at  $\sum_i \delta_i = 1$ . Løsningen til dette problem er givet ved:

$$x_{it} = \mu_{it} + \gamma_{it} \frac{y_t - \sum_j p_{jt} \mu_{jt}}{p_{it}} \quad (1.5)$$

hvor  $\gamma_{it}$  er defineret ved:

$$\gamma_{it} \equiv \frac{\delta_i^\sigma p_{it}^{1-\sigma}}{\sum_j \delta_j^\sigma p_{jt}^{1-\sigma}} \quad (1.6)$$

For  $\sigma \rightarrow 1$  reduceres denne specifikation af DLU til det nuværende DLU. Altså er denne formulering en generalisering af det allerede eksisterende DLU.

### 4. Identifikation af minimumsforbrug

Identifikation af  $\varepsilon_i$  og  $\alpha_i$  sikres af variation i  $f_{it}$  og  $x_{i,t-1}$ . De resterende parametre  $\theta_i$ ,  $\delta_i$  og  $\sigma$  skal identificeres ud fra niveauerne i  $x_{i,t}$  samt ud fra variation i de relative priser og indkomst. Dette giver 16 parametre, som skal bestemmes på baggrund af niveauerne for 7 frie andele, 7 relative priser og 1 indkomst. Altså mangler der en frihedsgrad for, at alle parametrene kan bestemmes på baggrund af datavariation. Estimationen går godt, da den funktionelle form sætter begrænsninger og sørger for, at der ikke er perfekt lineær kollinearitet. Desværre medfører bestemmelse af værdierne på baggrund af den funktionelle form, at standardfejlene bliver betydelige.

## 5. Muligheder for implementering af DLU med CES-nytte

Den første mulighed er simpelthen, at acceptere den funktionelle form og benytte de estimerede parameterestimater fra den mere generelle specifikation. Ulempen ved denne fremgangsmåde er, at standardfejlene er betydelige, og hermed er alle parametre ret usikre. Alternativet er at indføre mindst en parameterrestriktion. En mulighed er, at beholde  $\sigma = 1$ . Hermed er systemet uændret. Alternativt kunne et af minimumsforbrugene sættes lig nul. Tabel 1 viser log-likelihoodværdier og sigmaer under forskellige restriktioner.

Tabel 1. Log-likelihood- og sigmaværdier under forskellige restriktioner.

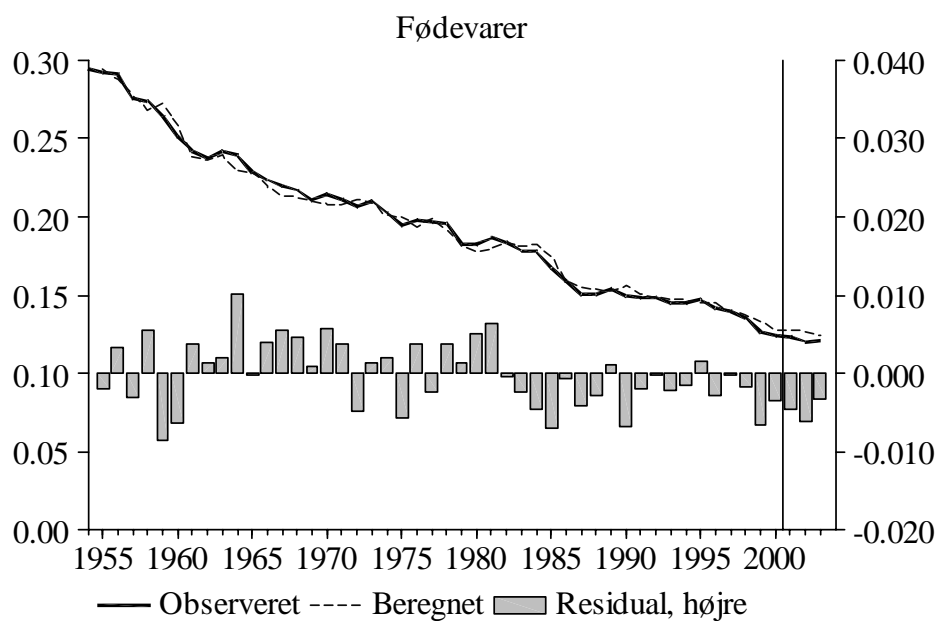
Restriktion	Log-likelihood	Sigma	Restriktion	Log-likelihood	Sigma
Ingen	1430.0	0.22	$\sigma = 1$	1428.4	1.00
$\theta_f = 0$	1430.0	0.09	$\theta_n = 0$	1430.0	0.27
$\theta_i = 0$	1429.6	0.56	$\theta_e = 0$	1429.5	0.59
$\theta_{gbk} = 0$	1429.1	0.71	$\theta_v = 0$	1429.3	0.66
$\theta_s = 0$	1429.2	0.65	$\theta_t = 0$	1428.0	0.90

Konklusionen, der kan drages på baggrund af tabel 1, er følgende. Værdien af sigma, der kan tolkes som substitutionselasticiteten, varierer kraftigt afhængigt af restriktioner. Der kunne argumenteres for at restrikttere et minimumsforbrug til nul, der stort set allerede er det, når ingen restriktioner pålægges. Dette er  $\theta_n = 0$ . Resultatet er som forventet parameterestimater, der ikke adskiller sig væsentligt fra dem uden restriktioner. Standardfejlene er mindre, men en del af parametrene er stadig usikkert bestemt.

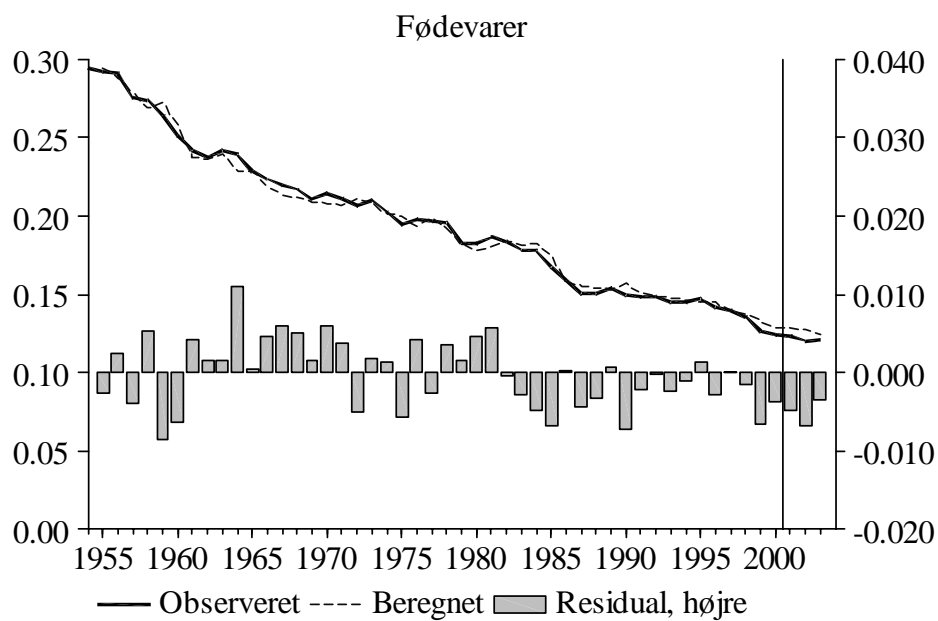
En tredje mulighed er at sætte minimumsforbruget for turistrejser lig nul. Under stort set alle specifikationer har turistrejser det mindste minimumsforbrug, som endda er negativt. Negative minimumsforbrug er svære at fortolke. Repræsenterer modellen virkeligheden, så vil de ikke kunne forekomme, men hvis modellen blot repræsenterer en funktionel form, så kan det forekomme for at få et bedre fit til virkeligheden. Sættes minimumsforbruget for turistrejser til nul, så vil alle de resterende minimumsforbrug blive positive. Estimeres det nuværende DLU fås minimumsforbruget for turistrejser til lige under nul. Binges det til nul fås et sigma ikke så langt fra den ene, det er bundet til nu, så modellen vil ikke ændres sønderligt. Kigges på log-likelihoodværdier kan det dog ses, at en ændring af restriktionen vil give et dårligere fit i forhold til den nuværende restriktion.

## 6. Sammenligning af fit for urestrikeret og nuværende DLU

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen for det nuværende DLU og DLU med en CES-nyttfunktion, jf. figur 1-16. Hovedårsagen er sandsynligvis, at forbruget i altoverskyggende grad bliver predikeret af det laggede forbrug.

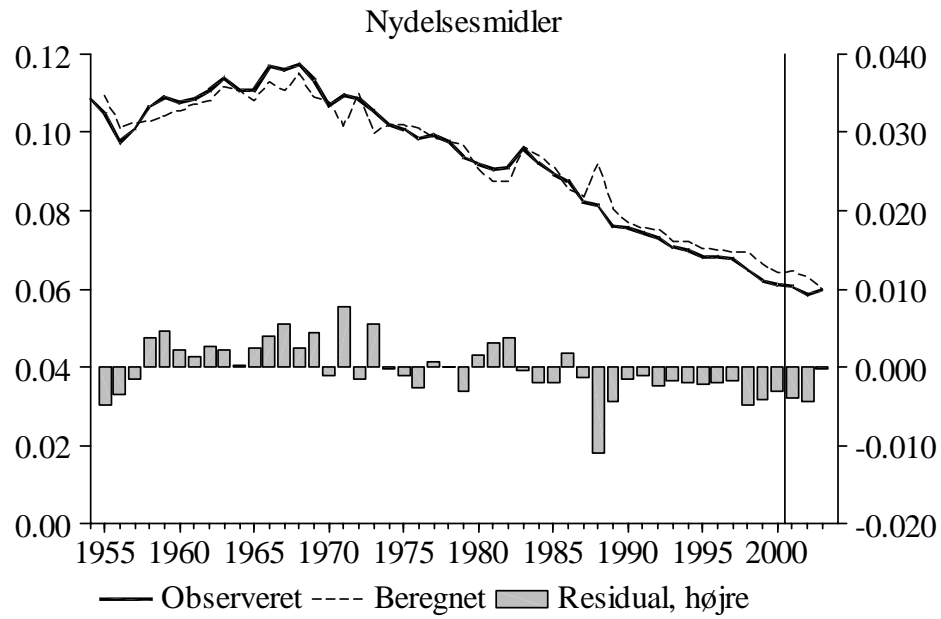
**Figur 1. Residualer i nuværende DLU.**

Note : Forklaringsgraden er 0.99.

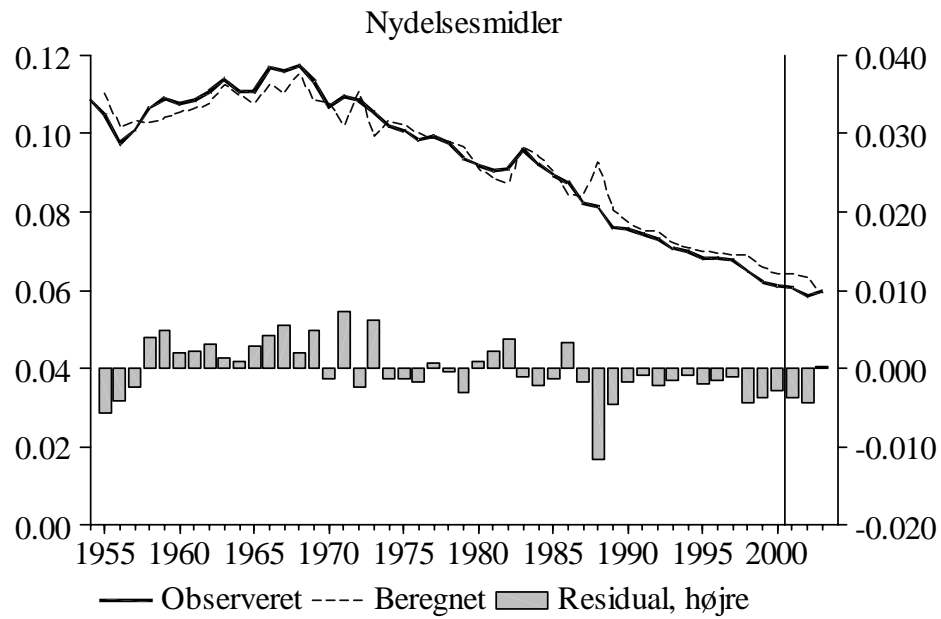
**Figur 2. Residualer i DLU med CES-nytte.**

Note : Forklaringsgraden er 0.99.

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. fødevarer.

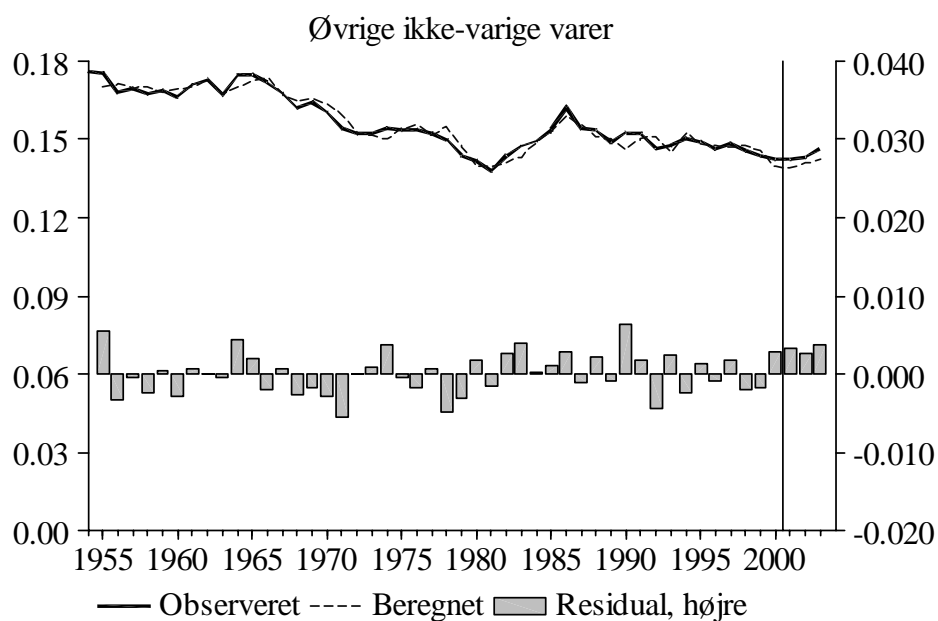
**Figur 3. Residualer i nuværende DLU.**

Note : Forklaringsgraden er 0.97.

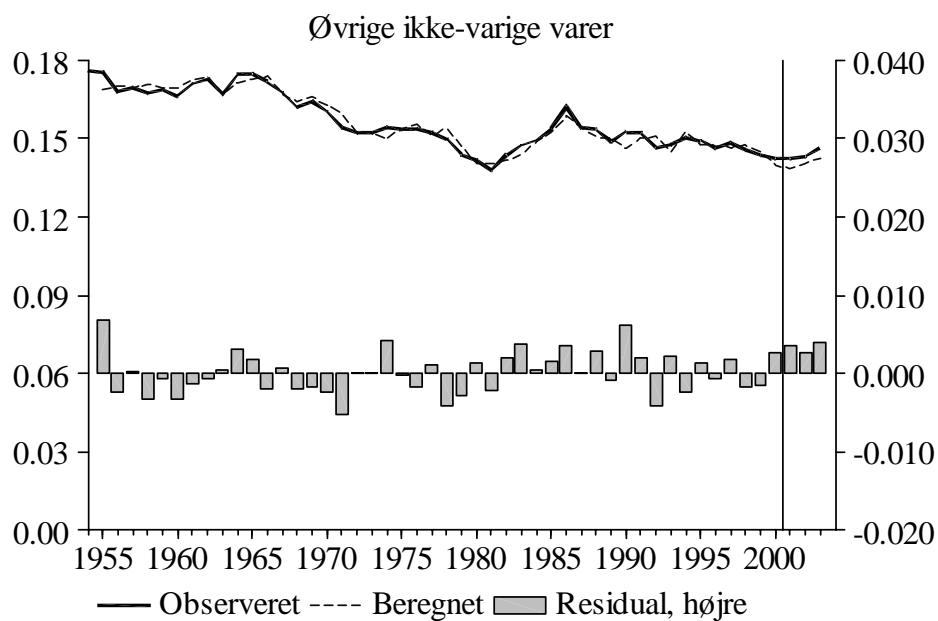
**Figur 4. Residualer i DLU med CES-nytte.**

Note : Forklaringsgraden er 0.96.

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. nydelsesmidler.

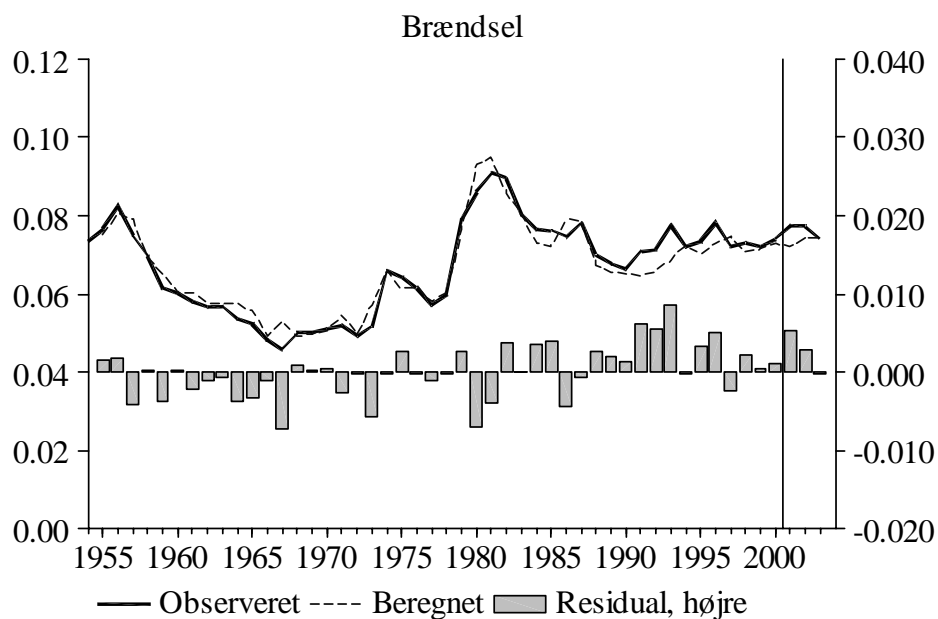
**Figur 5. Residualer i nuværende DLU.**

Note : Forklaringsgraden er 0.94.

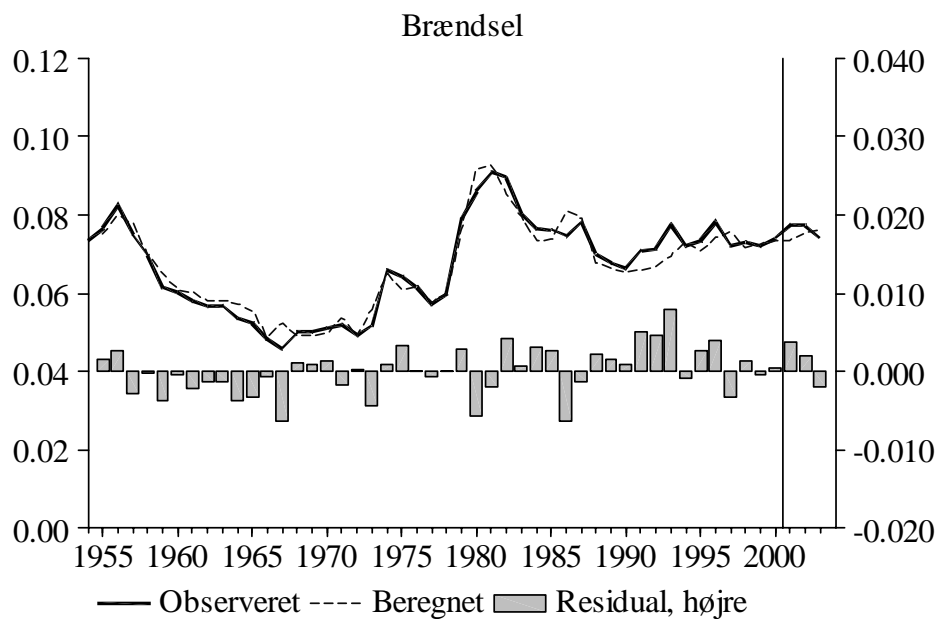
**Figur 6. Residualer i DLU med CES-nytte.**

Note : Forklaringsgraden er 0.94.

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. øvrige ikke-varige varer.

**Figur 7. Residualer i nuværende DLU.**

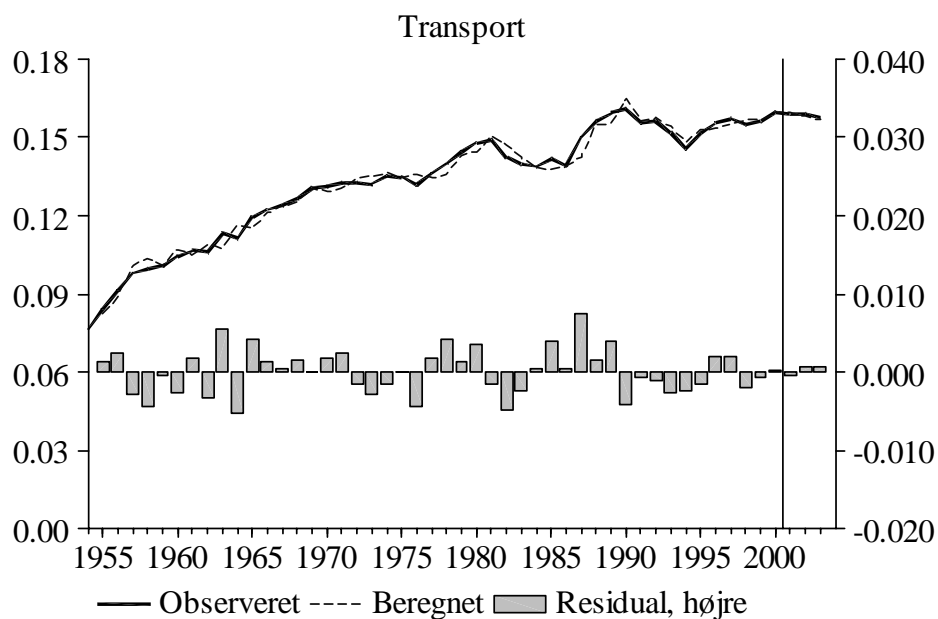
Note : Forklaringsgraden er 0.92.

**Figur 8. Residualer i DLU med CES-nytte.**

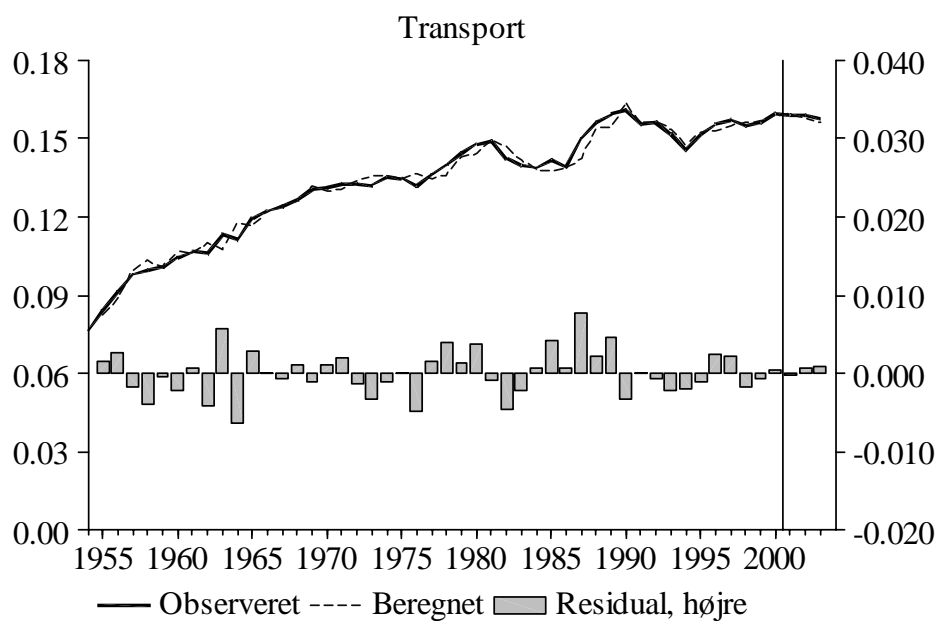
Note : Forklaringsgraden er 0.94.

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. brændsel.



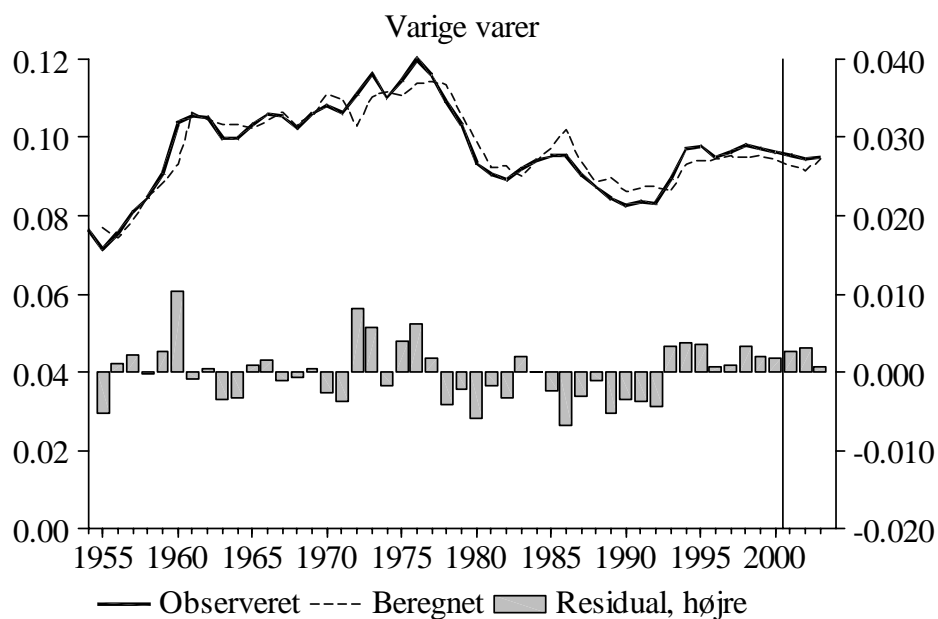
**Figur 9. Residualer i nuværende DLU.**

Note : Forklaringsgraden er 0.98.

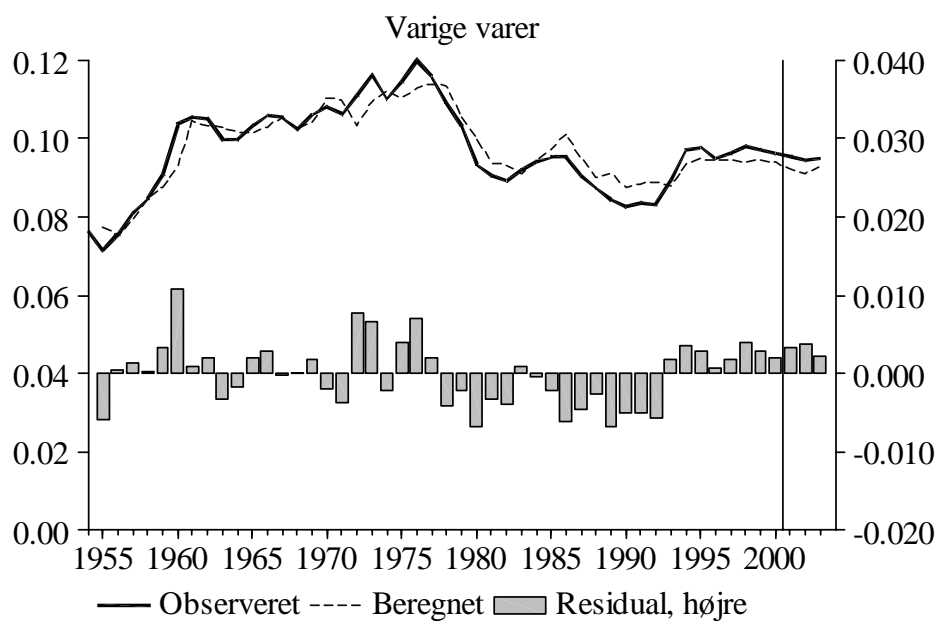
**Figur 10. Residualer i DLU med CES-nytte.**

Note : Forklaringsgraden er 0.98.

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. transport.

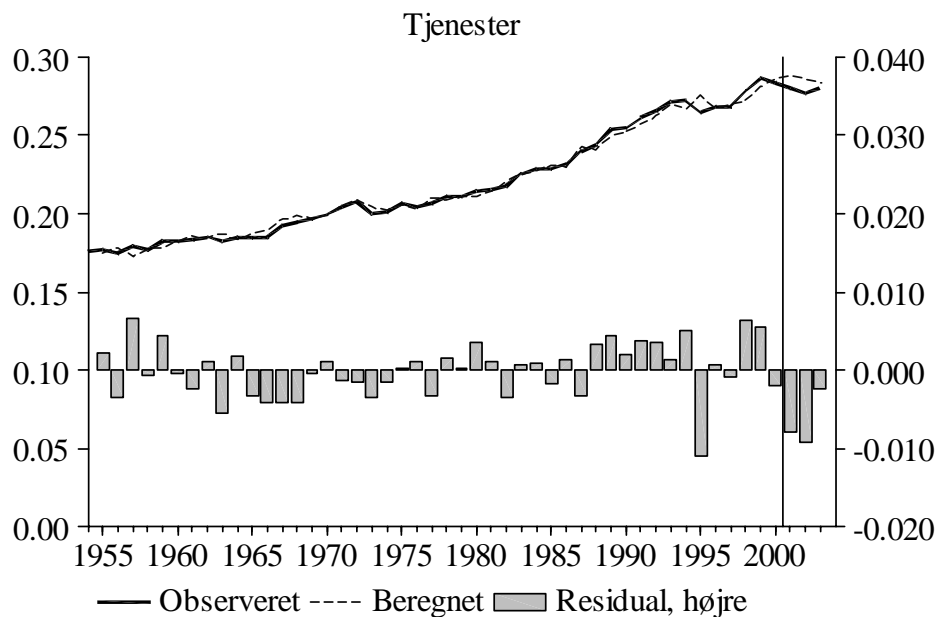
**Figur 11. Residualer i nuværende DLU.**

Note : Forklaringsgraden er 0.89.

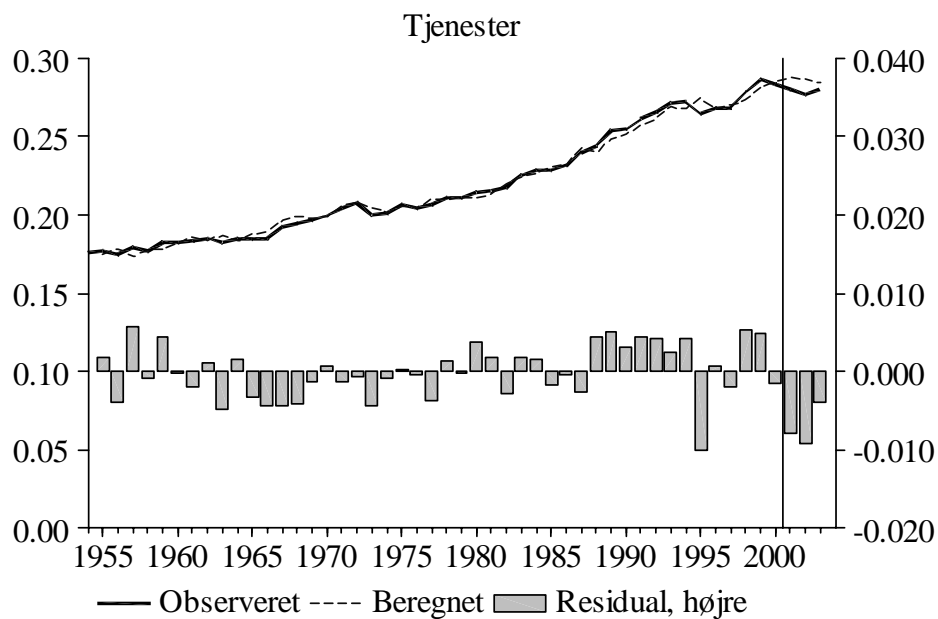
**Figur 12. Residualer i DLU med CES-nytte.**

Note : Forklaringsgraden er 0.87.

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. varige varer.

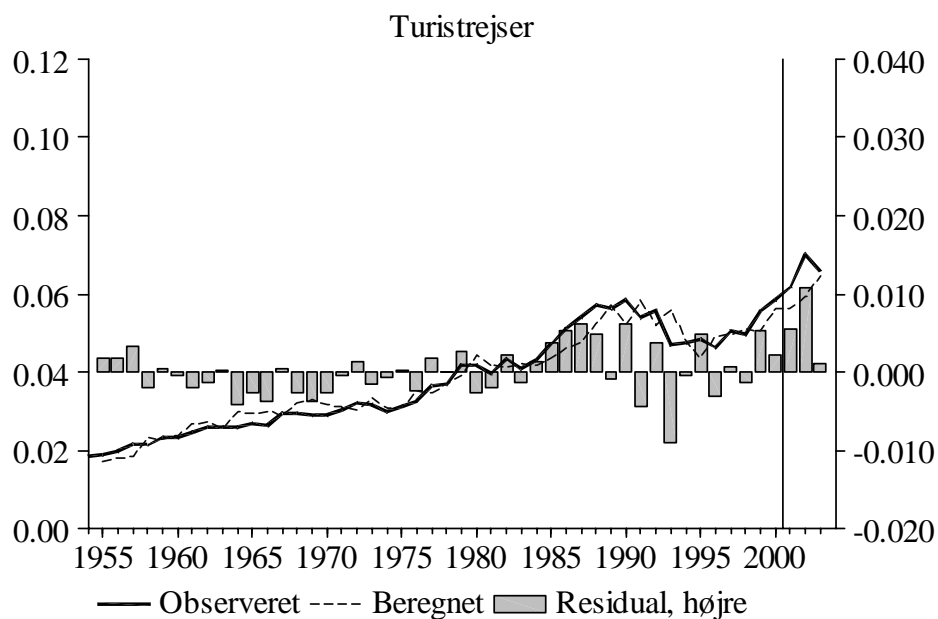
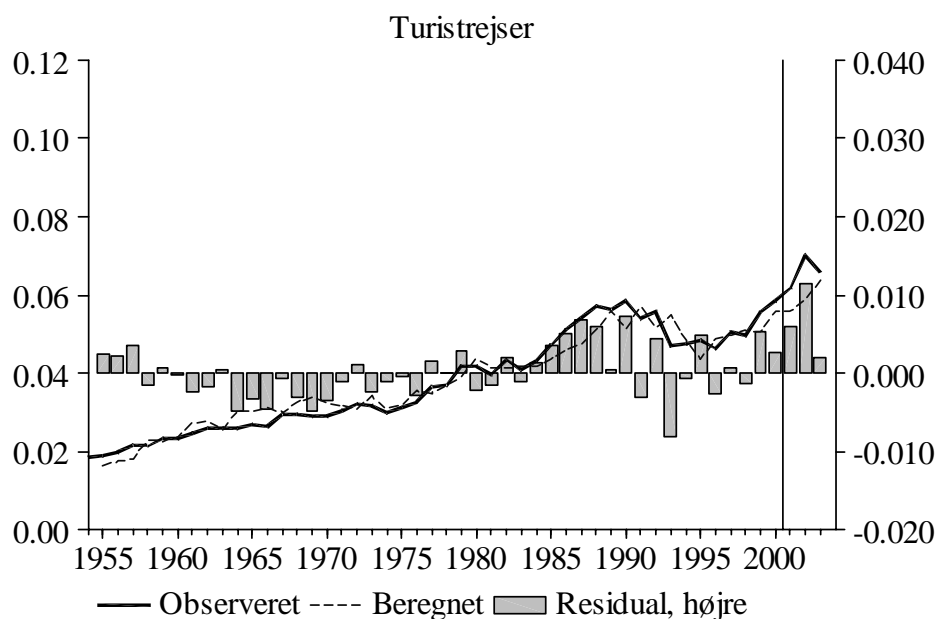
**Figur 13. Residualer i nuværende DLU.**

Note : Forklaringsgraden er 0.99.

**Figur 14. Residualer i DLU med CES-nytte.**

Note : Forklaringsgraden er 0.99.

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. tjenester.

**Figur 15. Residualer i nuværende DLU.****Figur 16. Residualer i DLU med CES-nytte.**

Der er ingen egentlig forskel på prediktionsevnen mht. turistrejser.

## 7. Konklusion

Ændring af den bagvedliggende nyttefunktion i DLU har ikke i nævneværdig grad ændret prediktionerne på baggrund af modellen. Selvom den nye formulering burde gøre den funktionelle form mere fleksibel, så er gevinsten marginal, eftersom den nye parameter sigma kun kan bestemmes på baggrund af den funktionelle form. Konklusionen er altså, at der ikke er tjent meget ved at ændre den underliggende nyttefunktion. På modelgruppemøde blev besluttet, at det gamle DLU beholdes, indtil det kan erstattes af et nyt forbrugssystem.

## Litteratur

Andrikopoulos , Andreas A. and James A. Brox (1985), “Predicting Intra-Urban Residential Location Preferences: An Application of the Dynamic Generalized Linear Expenditure System”, *Urban Studies* 22, 329-337.

Tchamourliyski, Yuriy (2002), “Distance and Bilateral Trade: The Role of Non-Homothetic Preferences”, working paper.

Madsen, Edith (1997):”Det nye DLU: Forslag til nye modelligninger i forbrugssystemet”, EDM04297