Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Asger Olsen

28. april 1997

Grundskitsen i boligmodellen

Resumé:

I dette papir gennemgås og diskuteres grundskitsen i boligmodellen. Der lægges vægt på grundtrækkene, dvs. at "technicalities" som fx det støttede boligbyggeri, specifikationen af user cost etc. i første omgang ignoreres.

Det vises, at den nuværende boligmodel er et simpelt specialtilfælde af en multivariat fejlkorrektionsmodel, og det foreslås, at det videre arbejde baseres på sidstnævnte form, som i øvrigt har været brugt længe i MONA. Den er dels nemmere at forstå, fordi den er på en mere standardiseret form, dels har den en mere generel dynamik.

jao28497.wp

Nøgleord: Kontantpris, boliginvesteringer, fejlkorrektion

1. Kontantprisrelation og boligefterspørgsel

ADAMs model for kontantprisen er gennemgået i bogen om ADAM, marts 1995, afsnit 5.1.3. Den skal *recappes* her i forenklet form, idet fortolkningen dog gives en ny vinkling:

$$K^D = \alpha_0 Yd^{\alpha_1}(p \cdot u)^{\alpha_2} \tag{1}$$

$$K^S = K_{-1} \tag{2}$$

K_D, K_S	Efterspurgt hhv. udbudt boligbeholdning
Yd	Disponibel realindkomst
p	Real kontantpris, dvs. *phk/pc*
u	Faktor, der omregner kontantprisen til et user cost udtryk, dvs. (rente - inflation + afskrivningrate)·(1-skattesats)

jf. ADAM-bogens ligninger (5.1) og (5.2). Den ligevægtsskabende pris, p^+, defineres som den pris, der sikrer at

$$K^S = K^D \tag{3}$$

$\Leftrightarrow$

$$K_{-1} = \alpha_0 Yd^{\alpha_1}(p^+ \cdot u)^{\alpha_2} \tag{4}$$

jf. (1). Hvis det forudsættes, at boligefterspørgslens priselasticitet, α_2, er forskellig fra nul, kan p^+ findes af (4) som

$$(p^+)^{\alpha_2} = \frac{K_{-1}}{\alpha_0 Yd^{\alpha_1} u^{\alpha_2}} \tag{5}$$

$\Leftrightarrow$

$$p^+ = p \cdot \left(\frac{K_{-1}}{K_D}\right)^{\frac{1}{\alpha_2}} \tag{6}$$

Det ses, at forholdet mellem den ligevægtsskabende kontantpris og den aktuelle kontantpris afhænger af forholdet mellem udbudt og efterspurgt boligbeholdning givet den aktuelle kontantpris (det erindres, at priselasticiteten α_2 er negativ, således at en stigning i efterspørgslen giver en øget p^+).

Prisdannelsen er konkret modelleret ved en tilpasning af p til p^+:

$$p = (p^+)^{\gamma} p_{-1}^{1-\gamma} \tag{7}$$

som jeg hellere vil skrive

$$\mathrm{Dlog}(p) = \gamma\left[\log(p^{+}) - \log(p_{-1})\right] \tag{8}$$

Den endelige kontantprisligning findes ved at indsætte (6) i (8):

$$\mathrm{Dlog}(p) = \gamma\left[\log(p) + \frac{1}{\alpha_2}\log(\frac{K_{-1}}{K_D}) - \log(p_{-1})\right] \tag{9}$$

Hvis der er fuld tilpasning, dvs at γ=1, bestemmes *p* umiddelbart som i (5). Hvis der derimod ikke er fuld tilpasning, kan (9) reduceres til

$$\mathrm{Dlog}(p) = \frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{1}{\alpha_2}\log(\frac{K_{-1}}{K_D}) \tag{10}$$

Det ses umiddelbart, at ændringer i kontantprisen udelukkende drives af forholdet mellem udbudt og efterspurgt boligbeholdning: Hvis der fx til den gældende pris er overefterspørgsel efter boliger, vil kontantprisen stige. Hastigheden, hvormed den stiger, afhænger dels af selve prisdannelsens tilpasningshastighed, målt ved γ, men også af boligefterspørgslens priselasticitet, α_2: Jo større prisfølsomhed i boligefterspørgslen, jo mindre vil kontantprisen ændre sig ved et givet stød til efterspørgslen (alt dette gælder for det givne boligudbud K_{-1})

Der er ingen substansforskel på (10) og på ADAMs kontantprisligning: Trods ADAMs specialiteter med forskellige koefficienter til rente, inflationsforventninger etc. kan den også skrives på formen (10).

2. Investeringsrelation og boligudbud.

Boliginvesteringsrelationen i ADAM er grundlæggende formuleret som[1]

$$\mathrm{D}(K) = \alpha_0 + \alpha_1\frac{phk}{pih} \tag{11}$$

idet nettoinvesteringen, *fihn*, jo er lig med ændringen i boligbeholdningen, D(*K*) (ved at opskrive ligningen direkte for D(*K*) undgår vi at beskæftige os mere med denne dynamiske identitet).

---

[1]Jf. bogen om ADAM. Her ignoreres indtil videre det støttede boligbyggeri, den laggede endogene og krøllen omkring grundprisen, *phgk*.

Relationen opfattes som en udbudsfunktion: Investeringsprisen, *pih*, tages som udtryk for omkostningen ved at opføre en ny bolig. Når husprisen, *phk*, overstiger denne omkostning, går der byggeri igang.[2]

Investeringsligningen har to grundtræk. For det første bestemmer ligningens parametre ligevægtsforholdet mellem kontantpris og investeringspris, forstået som det forhold, der giver en konstant boligbeholdning:

$$\mathrm{D}(K) = 0 \tag{12}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{phk}{pih} = -\frac{\alpha_0}{\alpha_1}$$

For det andet bestemmer investeringsligningens parametre den hastighed, hvormed boligbeholdningen ændrer sig ved ændringer i forholdet *phk/pih*. Denne hastighed er alene bestemt ved parameteren α_1, idet boligbeholdningens 1. års elasticitet mht. prisforholdet *phk/pih* er

$$\alpha_1 \frac{phk}{K \cdot pih} \tag{13}$$

Bemærk, at på grund af ligningens additive formulering er denne elasticitet ikke nødvendigvis konstant. I en "stationary state", hvor både priser og boligbeholdning er uændrede, vil den dog være konstant. I en en "steady state", hvor prisforholdet er konstant, og boligbeholdningen stiger, vil den derimod gå mod 0. Dette betyder reelt, at investeringsligningen (11) er uforenelig med en sådan steady state.[3] Dette kan også ses, hvis vi i (11) indsætter en eksogen vækstrate g i boligbeholdningen:

$$\frac{\mathrm{D}(K)}{K} = g \tag{14}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{phk}{pih} = \frac{g \cdot K - \alpha_0}{\alpha_1}$$

---

[2]Formuleringen stammer fra før faktorblokkens tid. I dag, hvor vi jo direkte bestemmer omkostningsudtryk for byggeerhvervet i modellen, kunne man overveje at erstatte *pih* med et udtryk for (marginal)omkostningerne ved byggeri. Hermed ville modellen blive robust over for den indvending, at entreprenørerne sikkert hæver investeringsprisen i år, hvor *phk* er høj. Ligning (11) ville da direkte kunne tages som udtryk for entreprenørernes profitmaksimeringsbetingelse MR=MC.

[3]Tak til TMK for at påpege dette.

dvs. at en konstant vækstrate i K kun er mulig på bekostning af et stadig større gab mellem *phk* og *pih*. Om dette i praksis er noget stort problem, ved jeg ikke. Det er klart, at steady state kørsler med ADAM bør have et konstant *phk/pih*-forhold, men om det er noget problem, at boligbeholdningen så relativt vil vokse stadig langsommere, ved jeg ikke.

Et alternativ: En logaritmisk investeringsfunktion.

Man kunne tænke sig en alternativ, log-lineær formulering af investerings-relationen (11):[4]

$$\mathrm{Dlog}(K) = \alpha_0 + \alpha_1 \log\left(\frac{phk}{pih}\right) \tag{11a}$$

Den bestemmer på samme måde ligevægtsforholdet mellem *phk* og *pih* i en "stationary state":

$$\mathrm{Dlog}(K) = 0$$
$$\Leftrightarrow \tag{12a}$$
$$\log\left(\frac{phk}{pih}\right) = -\frac{\alpha_0}{\alpha_1}$$

Boligbeholdningens 1. års elasticitet mht ændringer i *phk/pih*-forholdet er her simpelthen konstant og lig med α_1, jf. (11a).[5]

Med denne formulering er der ingen problemer i en steady state med real vækstrate g, idet

[4]Forskellen mellem (11a) og (11) kan lettest illustreres, hvis man udnytter

$$\mathrm{Dlog}(K) \approx \frac{\mathrm{Diff}(K)}{K_{-1}} = \frac{fIhn}{K_{-1}}$$

I den loglineære formulering (11a) "skaleres" investeringsvirkningen altså med niveauet for K.

[5]Men bemærk, at investeringsvirkningen (i mill. 1980-kr.) af en given ændring i *phk/pih*-forholdet, som var konstant i den lineære investeringsrelation (11), nu afhænger positivt af niveauet for K, idet

$$\frac{\partial K}{\partial\left(\frac{phk}{pih}\right)} = \alpha_1 \frac{K}{\left(\frac{phk}{pih}\right)}$$

$$\text{Dlog}(K) = g \tag{14a}$$

$\Leftrightarrow$

$$\log(\frac{phk}{pih}) = \frac{g-\alpha_0}{\alpha_1}$$

således at *phk/pih*-forholdet altså her er konstant.

Grundkonklusionen er således, at den log-lineære investeringsfunktion for passende valg af parametrene har samme egenskaber som den lineære i et stationært forløb og entydigt bedre egenskaber i et jævnt vækstforløb.

Men er der ikke ulemper? Jo, den fitter sikkert dårligere rent statistisk: Den log-lineære relation giver større virkning på investeringerne af en given ændring i *phk/pih*-forholdet, når K er stor, end når K er lille, dvs. at den typisk vil generere større svingninger i investeringerne i slutningen af estimationsperioden end i begyndelsen (se evt. fodnote 3). Den log-lineære ligning vil derfor nok have endnu sværere ved at forklare det gigantiske byggeri i begyndelsen af 1970'erne, end den nuværende ligning har.

På den anden side er det vel i bund og grund en tiltalende egenskab, at investeringsvirkningen af fx. 1% ændring i *phk/pih*-forholdet afhænger af størrelsen af K. Forholdet *phk/pih* afhænger jo netop af den *relative* overskudsefterspørgsel, K_D/K_S, jf. (10). Når det fx stiger 1%, signalerer det derfor en større *absolut* overskudsefterspørgsel, K_D-K_S, når K er stor, end når K er lille, og derfor bør investeringsvirkningen vel være tilsvarende større.

Valget mellem en lineær eller en log-lineær investeringsfunktion kan derfor meget vel ende med at blive endnu en variant af det kendte dilemma mellem godt historisk fit kontra gode teoretiske egenskaber.[6] Den log-lineære investeringsrelation er imidlertid til mange formål lettere at tænke i end den lineære, og det vil også blive gjort i det følgende.

Samspillet mellem udbud, efterspørgsel og kontantpris.

Vi kan altså *recappe* den samlede boligmodel (dog med nye parameternavne):

$$K^D = \alpha_{D0} Yd^{\alpha_{D1}} (\frac{phk \cdot u}{pc})^{\alpha_{D2}} \tag{15}$$

---

[6]Man kan dog hævde, at *begge* relationerne har svært ved at forklare det store byggeri i begyndelsen af 1970'erne, og at man derfor mere grundlæggende burde lave specifikationen om, uanset det konkrete valg af lineær eller log-lineær funktionsform. I dette papir fremlægges to sådanne forslag, nemlig dels at benytte byggeomkostningerne i stedet for *pih*, dels at tillade en direkte effekt af boligefterspørgslen på investeringerne uden om *phk*, jf. ligning (21).

$$\text{Dlog}\left(\frac{phk}{pc}\right) = \frac{\alpha_{p1}}{\alpha_{D2}}\log\left(\frac{K_{-1}}{K_D}\right) \tag{16}$$

$$\text{Dlog}(K) = \alpha_{K0} + \alpha_{K1}\log\left(\frac{phk}{pih}\right) \tag{17}$$

jf. (1), (10) og (11a). Det ses, at boligprisændringerne alene drives af forholdet mellem efterspurgt og eksisterende boligmasse, mens ændringerne i boligmassen alene drives af forholdet mellem boligpris og investeringspris. Dynamikken er uhyre simpel, idet der er tale om partiel tilpasning.

I den samlede boligmodel vil et stød til boligefterspørgslen i første omgang give en stigning i *phk*, hvis relative størrelse afhænger af pristilpasnings-parameteren α_{p1} og boligefterspørgslens priselasticitet α_{D2}. Denne prisstigning vil imidlertid øge boliginvesteringerne pga. "udbudselasticiteten" α_{K1}, og efterhånden som boligudbuddet på denne måde øges, vil stigningen i *phk* forsvinde, indtil ligevægtsforholdet *phk/pih* er genoprettet.

Det er *umådelig* nærliggende - og samtidig både en forenkling og en generalisering - at omformulere dette system til en multivariat, log-lineær fejlkorrektionsmodel:[7]

Den langsigtede efterspørgselsrelation for boliger kan således formuleres

$$\log(K) = \beta_{K0} + \beta_{K1}\log(Yd) + \beta_{K2}\log\left(\frac{phk \cdot u}{pc}\right) + u_D \tag{18}$$

hvor langsigtet ligevægt kræver, at residualen u_D=0.[8]

Den langsigtede profitmaksimeringsrelation for boligmarkedet kan tilsvarende skrives

$$\log(phk) = \log(pih) + \beta_Q + u_P \tag{19}$$

dvs. at der findes et ligevægtsforhold mellem *phk* og *pih*, og at det er opfyldt, når residualen $u_P=0$. Ligningen tolkes vel nærmest som et udtryk for byggeriets profitmaksimeringsbetingelse (*MR*=*MC*).

---

[7]Dette har Dan Knudsen da også gjort for længe siden, jf. "Residential investments and house prices in Denmark", *Economic Modelling*, 1994 11 (2), pp. 201-214.

[8]Bemærk, at for fastholdt *K*, *Yd* og *pc*, fx. i en stationær tilstand, er der i følge (18) en simpel reciprok sammenhæng mellem *phk* og *u*. Den langsigtede effekt på *phk* af et stød til fx. renten vil altså i en sådan situation alene være bestemt af *u*'s rentefølsomhed.

Begge disse langsigtsligninger *er* allerede indeholdt i ADAMs boligmodel, jf. (1) og (12).

Kortsigtsdynamikken kan formuleres som en multivariat fejlkorrektionsmodel:

$$\mathrm{Dlog}(\frac{phk}{pc}) = \alpha_{p1}\mathrm{Dlog}(Yd) - \alpha_{p2}\mathrm{Dlog}(\frac{u}{pc}) + \ ... \ - \alpha_{pD}u_{D,-1} - \alpha_{pp}u_{p,-1} \tag{20}$$

$$\mathrm{Dlog}(K) = \alpha_{K1}\mathrm{Dlog}(\frac{phk}{pih}) - \alpha_{KD}u_{D,-1} + \alpha_{Kp}u_{p,-1} \tag{21}$$

hvor u_D og u_p er givet ved hhv. (18) og (19). De forventede fortegn er angivet med +/–.

Fejlkorrektionsmodellen (18)-(21) rummer ADAMs nuværende specifikation som specialtilfælde, nemlig hvis $\alpha_{pp}=\alpha_{KD}=0$, og hvis kortsigtsparametrene restrikteres til at være lig med langsigtsparametrene, dvs. at fx. $\alpha_{p1}=-\alpha_{pD}\beta_{K1}$ (jf. 18) og (20)).[9] Fejlkorrektionsmodellen er imidlertid både nemmere at forstå og mere generel, idet den dels tillader direkte efterspørgselsvirkninger på boliginvesteringerne (ved siden af virkningen gennem *phk*), dels indeholder en mere generel og "standardiseret" dynamik.[10]

Mange af ADAMs små særpræg, fx de forskellige gennemslag af rente og inflation på boligefterspørgslen, kan indbygges direkte som kortsigtsvirkninger i (20) (markeret med ... i ligningen). Og fejlkorrektionsleddene u_D og u_p i investeringsligningen (21) kan måske, hvis vi er heldige, fortrænge noget af det efter min mening usmageligt store forklaringsbidrag fra den laggede endogene i ADAMs nuværende investeringsligning. Under alle omstændigheder har Dan Knudsen utvivlsomt for længe siden løst de problemer, der måtte være med den empiriske tilpasning af fejlkorrektionsmodellen.

Tilbage står, om vi kan få empirien til at fungere på de nye tal og med de seneste år inddraget i estimationsperioden. Men fejlkorrektionsmodellen er nok alligevel et bedre udgangspunkt for dette end ADAMs nuværende model.

Alt i alt anbefales følgende:

---

[9]Her ses bort fra detaljen med den log-lineære form af kapitaltilpasningen.

[10]Bemærk dog, at indsættelse af (16) i (17) umiddelbart giver

$$\mathrm{Dlog}(K) = \alpha_{K1}\frac{\alpha_{p1}}{\alpha_{D2}}\log(\frac{K_{-1}}{K_D}) + [\alpha_{K0} + \alpha_{K1}\log(\frac{phk_{-1}}{pih}\cdot\frac{pc}{pc_{-1}})]$$

dvs. at allerede den nuværende model kunne have været estimeret med en direkte tilpasning i *K*, suppleret med et tilpasningsled for uligevægten mellem *phk* og *pih*.

- Boligmodellen omformuleres til standard fejlkorrektionsform. Dynamikken slippes i første omgang kun fri i det omfang, det ikke ændrer væsentligt på modelegenskaberne. Senere må dette undersøges mere grundigt.
- Muligheden for at bestemme *Dlog(Kh)* i stedet for *fIhn1* i investeringsligningen undersøges.
- Der tillades en direkte virkning af K/K^D-forholdet i investeringsligningen, evt. ved anvendelse af multivariat estimation.
- Muligheden for at benytte byggeomkostningerne i stedet for *pih* i investeringsligningen undersøges.
- Der bør opstilles et "normalt" usercost-udtryk til bestemmelse af boligefterspørgslen, parallelt til *uib*-udtrykket (inflationsleddet i *uib* dæmpes jo alligevel med en faktor 0.5, hvilket er snublende tæt på forholdet mellem rente- og inflationskoefficienten i den nuværende *phk*-ligning).
- Muligheden for at beskrive "mætning" af boligefterspørgslen gennem en variabel indkomstelasticitet undersøges nærmere.